

**FACULDADE DE TECNOLOGIA SENAI CIMATEC**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO E TECNOLOGIA  
INDUSTRIAL**

**FERNANDA DA SILVA OLIVEIRA**

**Programação Inteira Binária por *Branch and Bound* para  
rebalanceamento de linhas de montagem em ambiente de mix  
de modelos de produtos: Um estudo de caso em uma empresa  
da indústria automobilística.**

Salvador

2011



**FERNANDA DA SILVA OLIVEIRA**

**Programação Inteira Binária por *Branch and Bound* para  
rebalanceamento de linhas de montagem em ambiente de mix  
de modelos de produtos: Um estudo de caso em uma empresa  
da indústria automobilística.**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão e Tecnologia Industrial, Faculdade Tecnologia SENAI CIMATEC como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Gestão e Tecnologia Industrial.

Orientador: Profa.Dra. Karla Vittori

Salvador  
2011

## Ficha catalográfica

O219r

Oliveira, Fernanda da Silva

Programação Inteira Binária por *Branch and Bound* para rebalanceamento de linhas de montagem em ambiente de mix de modelos de produtos: Um estudo de caso em uma empresa da indústria automobilística. / Fernanda da Silva Oliveira.- Salvador, 2011.

108f.;il.; color.

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Dra. Karla Vittori

Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Tecnologia SENAI Cimatec, 2011.

1. Balanceamento – Linhas de montagem. 2. Programação inteira binária. 3. Produção. I. Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC. II. Vittori, Karla. IV. Título.

CDD 6629.13437

FERNANDA DA SILVA OLIVEIRA

Programação Inteira Binária por *Branch and Bound* para rebalanceamento de linhas de montagem em ambiente de mix de modelos de produtos: Um estudo de caso em uma empresa da indústria automobilística.

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Gestão e Tecnologia Industrial, Faculdade de Tecnologia SENAI Cimatec.

**Banca Examinadora**

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Karla Vittori

Pós-Doutora em Ciência da Computação e Doutora em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo, Brasil.

Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC

Membro Externo da Banca: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Rita Pontes Assumpção Alves

Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade de São Paulo, Brasil.

Universidade Federal de São Carlos

Membro Interno da Banca: Prof. Dr. Xisto Lucas Travassos Junior

Doutor em Engenharia Elétrica pela Ecole Centrale de Lyon, França.

Faculdade Tecnologia SENAI CIMATEC

Membro Interno da Banca: Prof. Dr. Robson da Silva Magalhães

Doutor em Engenharia Industrial pela Universidade Federal da Bahia, Brasil.

Faculdade Tecnologia SENAI CIMATEC



Para Arnout Felipe, Raul e Meire.

# AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus.

À minha querida mãe Meire, pelo constante incentivo aos estudos.

Ao meu amado esposo Raul e ao meu filho Arnout Felipe pela compreensão das ausências por conta dos estudos e pelo apoio e amor incondicional deles comigo.

Aos colegas e amigos, especialmente Leandro Damasceno pela amizade, troca de conhecimento e compartilhamento nas horas difíceis.

À minha orientadora Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Karla Vittori que viabilizou a realização deste projeto e me deu toda orientação e atenção necessária durante estes anos.

Aos Professores Dr. Oscar Garcia, Dr<sup>a</sup>. Maria Rita Assumpção e Dr. Valter de Senna pela ajuda dada para o desenvolvimento desta pesquisa.

À Ford Motor Company pela oportunidade.

## RESUMO

As organizações industriais têm buscado cada vez mais otimizar os recursos necessários para a manufatura de seus produtos, face à concorrência, de forma a manter as suas margens de lucro. A busca pelo equilíbrio de recursos e a distribuição balanceada de tarefas em diversos tipos de ambientes industriais é denominada balanceamento. A pesquisa desta dissertação propõe a aplicação de um procedimento para rebalanceamento de linha de montagem para um estudo de caso num ambiente de mix de modelos de produtos arbitrariamente seqüenciados. A empresa selecionada para o estudo de caso pertence ao ramo automobilístico. O procedimento aplicado propõe o uso da Programação Inteira Binária para a resolução do problema, em particular o algoritmo *Branch and Bound*. O algoritmo proposto foi desenvolvido em MATLAB e tem como principal objetivo a procura por solução de rebalanceamento de linha., sendo aplicado inicialmente a um problema de pequeno porte, contendo 7 tarefas. Os resultados obtidos nesta aplicação demonstraram a viabilidade da técnica selecionada diante do problema em questão. Assim, o algoritmo proposto foi aplicado posteriormente a um ambiente de médio porte, contendo 43 tarefas. A análise dos resultados consistiu em comparar o número de estações definidas pelo algoritmo desenvolvido e aquele utilizado pela empresa, obtido por meio da configuração existente de balanceamento. Outro parâmetro utilizado na análise foi avaliada carga de trabalho média por estação de trabalho produzida pelo algoritmo proposto em comparação ao obtido atualmente pela empresa em questão. Os resultados mostram que ocorreu produtividade, pois houve uma diminuição no número de estações de trabalho necessárias à execução das 7 e 43 tarefas selecionadas, e conseqüentemente melhor uso da capacidade da linha de montagem considerada. Finalmente, o uso do algoritmo desenvolvido permitirá a obtenção do rebalanceamento da linha de montagem no estudo de caso proposto de forma bem mais rápida que o método utilizado pela empresa. Isto permitirá uma economia de tempo e recursos da empresa envolvidos na atividade de rebalanceamento de linha de montagem.

Palavras-chave: Balanceamento e Rebalanceamento de linhas de montagem, Programação Inteira Binária, *Branch and Bound*, Produtividade.

## **ABSTRACT**

Industrial organizations seek to minimize the resources needed to manufacture their products in order to ensure profit. This research does to use procedure for line rebalancing for a case study on an assembly line environment to mix of product models arbitrarily sequenced. The company selected for the case study belongs to the automotive sector. The procedure applied used the Binary Integer Programming to solve the problem by Branch and Bound. The algorithm was developed in MATLAB and applied initially to a small problem with 7 tasks. The results of this application demonstrated the feasibility of the technique selected before the problem. Thus, the algorithm was later applied to an environment of medium size, containing 43 tasks. The analysis included the assessment of the number of stations defined by the algorithm and the one usually used by the company, obtained by balancing the existing configuration. Furthermore, we evaluated average workload per workstation produced by the proposed algorithm compared to the currently obtained by the company in question. The results show that productivity has occurred because there was a decrease in the number of workstations needed to perform the selected tasks 7 and 43 size, and therefore better use of the ability of the assembly line considered. Finally, the use of the algorithm will obtain the rebalancing of the assembly line in question so much faster than the method used by auto company. This will save time and company resources involved in this activity.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Termos utilizados em linhas de montagem.....	22
Tabela 2.2: Versões do SALBP .....	31
Tabela 2.3: Evolução da Classificação do Problema de Balanceamento de Linha de Montagem .....	33
Tabela 3.1: Possibilidade do VWALBP .....	50
Tabela 5.1: Cálculo para seleção de estações iniciais e finais possíveis para cada tarefa. ....	74
Tabela 5.2: Motores por modelo que geram variação no tempo de processamento grupo-linha F2:.....	80
Tabela 5.3: Lista de Tarefas do grupo-linha F2 .....	81
Tabela 5.4: Comparativo do Método Atual com a Metodologia PIB-BB .....	83
Tabela 5.5: Realização do Balanceamento – Saída da Metodologia BB-PIB implementada. ....	84
Tabela 6.1: Comparação com outras pesquisas sobre balanceamento de linha onde houve aplicação da técnica de Programação Inteira Binária .....	85
Tabela A.1: Esquema para classificação de problemas de balanceamento de linha considerando $\alpha$ , que representa as características dos diagramas de precedência .....	96
Tabela A.2: Esquema para classificação de problemas de balanceamento de linha considerando $\beta$ , que representa as características das estações e das linhas .....	97
Tabela A.3: Esquema para classificação de problemas de balanceamento de linha considerando $\gamma$ , que representa os objetivos.....	98
Tabela A.4: Representação da Notação Tri-upla para problema do tipo simples (SALBP) .....	98



## LISTAS DE FIGURAS

Figura 2.1: Estrutura de linha de montagem e elementos.....	23
Figura 2.2: Linha de Montagem do X-Box.....	24
Figura 2.3: Exemplo de linha de montagem com dois lados .....	24
Figura 2.4: Quantidade de possíveis posições de montagem em um carro .....	25
Figura 2.5: (a) Linha de Montagem Tradicional (b) Linha de Montagem em U .....	26
Figura 2.6: Características de linhas de montagem simples, mixados e de multimodelos .....	27
Figura 2.7. Exemplo de diagrama de precedência .....	29
Figura 2.8: Exemplo de matriz de precedência .....	30
Figura 2.9: Linha de Montagem do Modelo T Preto .....	35
Figura 3.1: Linha de Montagem de ambiente de mix de modelos de produtos. ....	39
Figura 4.1: Arvore típica do método Branch and Bound .....	62
Figura 5.1: Fluxograma para resolução de rebalanceamento do estudo de caso empresa Auto .....	68
Figura 5.2: a) Diagrama de precedência do modelo A, b) Diagrama de precedência do modelo B e c) Diagrama de precedência combinado de A e B.....	72
Figura 5.3: Total de 19 variáveis para a primeira restrição .....	77
Figura 5.4: Resultados de Estações de Trabalho para 7 tarefas.....	77
Figura 5.5: Locais onde ocorre possibilidade de montagem no grupo-linha F2 .....	81
Figura B.1: Matriz Precedência .....	100
Figura B.2: Matriz Dependência .....	101
Figura B.3: Matriz das Estações Iniciais Possíveis .....	102

Figura B.4: Matriz das Estações Finais Possíveis .....	104
Figura B.5: Saída do Programa, passo 10: 19 variáveis para 1º restrição, num exemplo com 7 tarefas .....	104
Figura B.6: Exemplo de Matriz de Possibilidades tarefas versus estações, para 7 tarefas e 3 estações iniciais possíveis .....	106

## LISTAS DE SIGLAS

2-ANTBAL – *Ant Colony Optimization Algorithm for Balancing Two-sided Assembly Lines*

ACO - *Ant Colony Optimization*

AG - Algoritmo Genético

BB – *Branch and Bound Algorithm*

BDP - *Bounded Dynamic Programming*

COMSOAL - *Computer Method of Sequencing Operations for Assembly Lines*

FEM - Ficha de Especificação de Montagem

GALB - *General Assembly Line Balancing*

GALBP – *General Assembly Line Balancing Problem*

KBDM - *Knowledge Based Design Methodology*

MALBP - *Mixed Model Assembly Line Balancing Problem*

MALBP-1 - Problema de balanceamento de linha de modelos misturados que minimiza o numero de estações para um determinado tempo de ciclo fixo

MALBP-2 - Problema de balanceamento de linha de modelos misturados que maximiza a taxa de produção da linha para um número pré-determinado de estações

MMD - *Multi-Model Deterministic*

MMS - *Multi-Model Stochastic*

PIB - Programação Inteira Binária

PIB-BB – Programação Inteira Binária por *Branch and Bound*

PSO – *Particle Swarm Optimization*

PSO-SA - *Particle Swarm Optimization- Simulated Annealing*

SA - *Simulated Annealing*

SALB - *Simple Assembly Line Balancing*

### *SALBP – Simple Assembly Line Balancing Problem*

SALBP-1: Problema de balanceamento simples que minimiza o número de estações para um valor fixo de ciclo, ou seja, minimiza o tempo ocioso para determinada taxa de produção.

SALBP-2: Problema de balanceamento simples que minimiza o tempo de ciclo para um número fixo de estações, o que equivale a maximizar a taxa de produção para limitado número de estações.

SALBP-E: Problema de balanceamento simples que minimiza simultaneamente o tempo de ciclo e o número de estações, considerando a relação com o tempo ocioso total ou a ineficiência da linha.

SALBP-F: Problema de balanceamento simples para um dado tempo de ciclo e um número de estações que determina a viabilidade de um problema, e, se for viável, encontra uma solução factível.

*SMD - Single-Model Deterministic*

*SMS - Single-Model Stochastic*

*TSALBP - Time and Space Assembly Line Balancing Problem*

*VWALBP - Variable Workplace Assembly Line Balancing Problem*

VWALBP-1 – Problema de balanceamento de linhas em lugares paralelos flexíveis que minimiza numero de estações para determinado tempo de ciclo

VWALBP-2 - Problema de balanceamento de linhas em lugares paralelos flexíveis que maximiza a taxa de produção para determinado numero de estações

VWALBP-E - Problema de balanceamento de linhas em lugares paralelos flexíveis que minimiza o tempo de ciclo e numero de estações simultaneamente

VWALBP-F - Problema de balanceamento de linhas em lugares paralelos flexíveis que para um dado tempo de ciclo e um número de estações que determina a viabilidade de um problema, e, se for viável, encontra uma solução factível.

*WIP - Work in Process*

*WWW - Word Wilde Web*



## LISTAS DE SÍMBOLOS

$(i, j)$ : Referencia Matricial da linha  $i$  e coluna  $j$  numa matriz triangular binaria

$a_{ij}$ : 1 se tarefa  $i$  e  $j$  forem precedentes ou 0 se não

$[\alpha | \beta | \gamma]$ : Notação para classificação de um problema de balanceamento de linhas, de acordo Boysen et al (2007)

$i$ : tarefa;

$N$ : número total de tarefas no problema;

$K$ : número inicial de estações de trabalho;

$P$ : número de modelos (produtos);

$PRi$ : subgrupo de todas as tarefas que precedem a tarefa  $i$ ,  $i = 1, \dots, N$ ;

$Si$ : subgrupo de todas as tarefas que são posteriores à tarefa  $i$ ,  $i = 1, \dots, N$ ;

$t_{im}$ : tempo de execução da tarefa  $i$  do modelo  $m$ ,  $m = 1, \dots, P$ ;

$C_m$ : tempo de ciclo do modelo  $m$ ,  $m = 1, \dots, P$ ;

$E_{im}$ : Primeira estação de Trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $m$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;  $m = 1, \dots, P$ ;

$L_{im}$ : Última estação de trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $m$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;  $m = 1, \dots, P$ ;

$V_{ik}$ : 1 se a tarefa  $i$  é fixada para a estação de trabalho  $k$ ; 0, caso contrário.

$X_{km}$ : 1 se a estação de trabalho  $k$  é utilizada para o modelo  $m$ ; 0, caso contrário

$A_k$ : 1 se a estação de trabalho  $k$  é utilizada por todos os modelos; 0, caso contrário;

$W_{km}$ : Subgrupo de todas as tarefas que podem ser fixadas para estação de trabalho  $k$  do modelo  $m$ ;

$\| W_{km} \|$ : Norma do elemento  $W_{km}$  de um espaço vetorial

$\Sigma$ : Somatório

Min: Função no qual o objetivo é a minimização

$\geq$ : Maior que (comparação)

$\leq$ : Menor que (comparação)

$\in$ : Pertence ao conjunto

$S$ : Todas Soluções possíveis num Branch and Bound

$S_0$ : Solução parcial da ramificação 0 num branch and bound

$U$ : União de conjuntos

$S_1$ : Solução parcial da ramificação 1 num branch and bound

## SUMÁRIO

---

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Definição do problema</b> .....	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivo</b> .....	<b>15</b>
<b>1.3</b>	<b>Importância da Pesquisa</b> .....	<b>16</b>
<b>1.4</b>	<b>Limites e Limitações</b> .....	<b>18</b>
<b>1.5</b>	<b>Questões e Hipóteses</b> .....	<b>19</b>
<b>1.6</b>	<b>Aspectos Metodológicos</b> .....	<b>19</b>
<b>1.7</b>	<b>Organização da Dissertação de mestrado</b> .....	<b>20</b>
<b>2</b>	<b>O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM</b> .....	<b>22</b>
<b>2.1</b>	<b>Linha de Montagem</b> .....	<b>22</b>
2.1.1	Aspecto Físico da Linha .....	24
2.1.2	Formato da linha .....	26
2.1.3	Ordem de fabricação dos modelos e ambiente de seqüenciamento nas linhas de montagem .....	27
2.1.4	Tempo das Tarefas .....	28
<b>2.2</b>	<b>Relações de Precedência entre as Tarefas de uma Linha de Montagem</b> .....	<b>28</b>
<b>2.3</b>	<b>Rebalanceamento de Linha de Montagem – o problema</b> .....	<b>30</b>
<b>2.4</b>	<b>Evolução do Problema de Balanceamento e Rebalanceamento de Linha de Montagem</b> .....	<b>34</b>
<b>3</b>	<b>MODELAGEM DO PROBLEMA DE BALANCEAMENTO E REBALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM</b> .....	<b>38</b>
<b>3.1</b>	<b>Pesquisas sobre Problemas de Rebalanceamento de Linha para Mix de Modelos de Produtos Encontradas na Literatura</b> .....	<b>39</b>
<b>4</b>	<b>SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO E REBALANCEAMENTO E LINHA DE MONTAGEM: MODELO DE GOKCEN E EREL (1998) UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO INTEIRA BINÁRIA</b> .....	<b>52</b>

4.1	<b>Modelo de Gokcen e Erel (1998)</b> .....	52
4.2	<b>Programação Inteira Binária</b> .....	60
4.3	<b>Algoritmo <i>Branch and Bound</i></b> .....	61
5.	<b>ESTUDO DE CASO: APLICAÇÃO DO MODELO DE GOKCEN E EREL (1998), PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL E RESULTADOS</b> .....	65
5.1	<b>Classificação do Problema do estudo de Caso</b> .....	65
5.2	<b>Considerações do modelo de Gokcen e Erel (1998) para o estudo de caso</b> .....	66
5.3	<b>Procedimento Computacional</b> .....	68
5.3.1	Pseudocódigo .....	69
5.4	<b>Rebalanceamento de um Ambiente de Mix de Produtos de Pequeno Porte</b> .....	72
5.4.1	Descrição do Problema .....	72
5.4.2	Cálculo do Número Inicial de Estações de Trabalho .....	73
5.4.3	Obtenção das Estações de Trabalho Iniciais e Finais .....	73
5.4.4	Fixação das Restrições .....	74
5.4.5	Função Objetivo .....	76
5.5	<b>Rebalanceamento de um Ambiente de Mix de Produtos – Estudo de Caso</b> .....	78
5.5.1	Resultados no Matlab para 43 tarefas .....	83
6	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	85
6.1	<b>Conclusões</b> .....	86
6.2	<b>Contribuições</b> .....	88
6.3	<b>Atividades Futuras de Pesquisa</b> .....	88
	<b>REFERENCIAS</b> .....	89
	<b>ANEXOS</b> .....	97



## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, as demandas por variedade e velocidade em entrega de produtos e serviços têm dominado o mercado e as empresas precisam se adequar a este fato. Uma das formas encontradas é produzir vários modelos de um produto em uma mesma linha de montagem, visando satisfazer o mercado com menores tempos de entrega (*lead times*) (SOUZA et al, 2003). Este tipo de produção é denominado de mix de modelos de produtos arbitrariamente seqüenciados, no qual ocorre flexibilidade, que é um objetivo estratégico, constituindo um dos indicadores de desempenho da função produção (SLACK, 2001). A flexibilidade permite uma complexidade por causa do mix de modelos de produtos. Para lidar com essa situação, é preciso encontrar soluções rápidas para equilibrar o uso dos recursos, pois se não cuidados poderão afetar negativamente o custo de produção, o que constitui um outro objetivo estratégico e indicador de desempenho da função produção (SLACK, 2001).

O balanceamento de linhas de montagem é uma das etapas da fase de projeto de processos que define a distribuição de tarefas de acordo com o arranjo físico, a seqüência obrigatória de construção do produto (roteiro de fabricação) e os recursos necessários, de forma a organizar e dividir por estágios a transformação do produto (FERNANDES; DALALIO, 2000). Nesta etapa, são consideradas decisões importantes: tempo de ciclo necessário, estágios ou postos requeridos, balanceamento do arranjo físico e organização (SLACK, 2001). As estratégias de padronizar elementos, modificar arranjos físicos e especializar processos foram produtos das análises realizadas em diversas organizações industriais no início do século 20, que orientavam que a empresa deve concentrar-se em eliminar as perdas e minimizar o trabalho adicional ou não agregado. Com isso, era possível maximizar o trabalho efetivo, aumentando a eficiência o que diminuiria os custos de ociosidade (ZATTA et al, 2003). Uma alternativa para diminuir os custos com a ociosidade é encontrar soluções de balanceamento de linhas de montagem.

Uma linha de montagem é um fluxo orientado de sistemas de produção típicos de indústrias para a confecção padronizada de itens (BECKER; SCHOLL, 2009). Numa linha de montagem tarefas são realizadas para fabricação de produtos na manufatura seriada.

O balanceamento de linha é um problema de projeto, ou seja, é um problema abstrato. Porém, a maioria dos problemas de balanceamento de linha de montagem é de reconfiguração de balanceamento de linhas de montagem existentes e não de primeira instalação, o que é denominado rebalanceamento (FALKENAUER, 2005). É o que se pode chamar de reconfiguração. Ele é a necessidade de ajustar ou re-arranjar um balanceamento já existente, devido a fatores como variações na demanda, ajustes de carga de trabalho, atendimento a um padrão ergonômico, requisitos de qualidade para o produto nas atividades e eliminação de desperdícios, ou simplesmente, como uma das estratégias para lançar o produto no mercado com menor preço e maior flexibilidade na sua construção, conseqüentemente, tornando-o competitivo.

### **1.1 Definição do problema**

Considere um ambiente industrial, onde existe uma variedade de produtos a serem produzidos. Para a fabricação destes produtos, existe uma única linha de montagem. Os produtos podem ser ordenados em lotes ou em um mix de modelos de produtos arbitrariamente seqüenciados pelos pedidos dos clientes. O problema de alocar as diversas tarefas envolvidas na fabricação destes produtos a um posto de trabalho  $n$  consiste em um problema de balanceamento de linha de montagem. É preciso que cada tarefa seja atribuída a um posto de trabalho e que as tarefas sucessivamente dependentes estejam fixadas conforme a ordem requerida. Considera-se que o posto de trabalho tem um tempo de ciclo conhecido que limita a alocação destas tarefas e, que o somatório do tempo de todas as tarefas atribuídas a um posto de trabalho comparado aos demais postos de trabalho seja equilibrado entre eles. Deste modo, procura-se encontrar o menor número de postos de trabalho possíveis para que as tarefas desejadas sejam realizadas. O balanceamento de linhas de montagem consiste em fixar tarefas indivisíveis para os postos de trabalho de forma a otimizar determinada função objetivo, que pode ser uso da capacidade, número de estações, tempo de ciclo ou custo do produto. Em adição,

devem-se considerar diversas restrições, precedências e relações de incompatibilidade entre tarefas (COROMINAS; PASTOR; PLANS, 2008). Nesta pesquisa, foi considerado o rebalanceamento da linha de montagem, uma vez que se trata de uma reconfiguração do balanceamento existente, com o objetivo de reduzir o número de postos de trabalho, aumentando a capacidade..

## 1.2 Objetivo

Objetivos Gerais: Sistematizar a tomada de decisão sobre o rebalanceamento de uma linha de montagem para problemas de mix de modelos de produtos, arbitrariamente sequenciados, conforme pedidos, utilizando procedimento baseado em Programação Inteira Binária (PIB).

Objetivos Específicos:

- 1) Revisão bibliográfica sobre o problema de balanceamento/rebalanceamento de linha de montagem;
- 2) Levantamento das técnicas de Programação Inteira Binária para a solução do problema de balanceamento/rebalanceamento de linha de montagem;
- 3) Caracterização do problema de rebalanceamento de linha de montagem em ambiente de mix de produtos arbitrariamente sequenciados, com o intuito de realizar um estudo de caso sobre uma empresa que possui este tipo de ambiente.
- 4) Aplicação do procedimento computacional desenvolvido por Gokcen e Erel (1998), baseado na Programação Inteira Binária, no estudo de caso e solução do problema de rebalanceamento de linhas de montagem. Esta técnica foi escolhida porque o ambiente do problema da pesquisa é o mesmo do problema do estudo de caso da empresa do estudo de caso;

- 5) Desenvolvimento de procedimento computacional em MATLAB (2008) para aplicação da técnica de Programação Inteira Binária, baseada na pesquisa do Gokcen e Erel (1998).
- 6) Validação do procedimento computacional por aplicação inicial em um problema de pequeno porte e posterior aplicação em problema de grande porte para solução do problema de rebalanceamento de uma parte da linha de montagem da indústria Auto.
- 7) Análise dos resultados encontrados por meio de indicadores, comparando a aplicação do procedimento de Programação Inteira Binária baseada na pesquisa de Gokcen e Erel (1998) com o procedimento utilizado pela empresa para realização de rebalanceamento de sua linha de montagem.
- 8) Contrastar os resultados obtidos com outros resultados de pesquisas realizadas sobre problemas de balanceamento de linha de montagem com problemas similares.

### **1.3 Importância da pesquisa**

As empresas precisam estar sempre prontas para as variações de mercado e necessidade de clientes, além de oferecer qualidade, custos e entrega diferenciada e competitiva. A crescente concorrência observada entre as empresas de manufatura, aliada a um consumidor cada vez mais exigente, vem forçando as organizações industriais a realizarem modificações em seu sistema produtivo (TAMBE, 2006). Com o objetivo de atingir novas estratégias de diferenciação de seus produtos, as empresas passaram a investir na diversificação da produção, aumentando o número de modelos de produtos e recursos opcionais para estes produtos (GERDHART, 2005). Para atender esta constante necessidade de ajustes, as ações de rebalanceamento de linhas de montagem são fundamentais e recorrentes. Verifica-se, portanto, que o rebalanceamento de linhas de montagem afeta diretamente os gastos de produção de uma empresa.

Conceitualmente, o balanceamento de uma linha de montagem é um problema de projeto

enquanto que o problema de rebalanceamento é um problema de operação da linha. Ambos consistem em efetuar a alocação do trabalho ao longo da linha segundo determinados critérios e levando em conta determinadas restrições (FERNANDES; DALALIO, 2000).

Uma linha de montagem é um fluxo orientado para fabricação de produtos na manufatura seriada (BECKER; SCHOLL, 2009). O principal objetivo de um balanceamento de linha de montagem é permitir eficiência e maximização no uso da capacidade e atendimento à demanda, entrega e custos requeridos. Logo, um problema de balanceamento de linha de montagem é considerado de importância industrial, pois afeta diretamente o desempenho produtivo (REKIEK et al, 2002).

A empresa do estudo de caso, denominada Auto, pertence à área automobilística e utiliza uma configuração baseada no uso de filmagens e observação humana para realização do rebalanceamento de linha. Durante as observações visuais, as tarefas são divididas e o tempo de cada tarefa é baseado no movimento do corpo e na ação da tarefa (que pode ser a montagem de uma peça, componente, subconjunto ou outras atividades como limpeza, inspeção e aplicação de ferramentas no produto final). Após a separação das tarefas, os tempos são lançados em uma planilha Excel e manualmente são feitas combinações possíveis entre tarefas, limitadas por um tempo de ciclo e restrições de precedência (de produto e de manufatura). Este procedimento, especialmente a etapa final, requer muito tempo e conhecimento dos analistas de cronometragem, além de ser susceptível à erros. O fator tempo é importante para um rebalanceamento de linha de montagem, especialmente quando há emergência para a solução de um problema. Esta emergência de solução ocorre quando são realizadas ações de segurança e ergonomia para o empregado e/ou segurança coletiva que requeiram separação de tarefas e ações de qualidade que afetem o desempenho do produto, as quais são associados à tarefas produtivas. Outras ações emergentes decorrem de adaptações do produto por mudança parcial, como a extensão de uso de um componente num modelo específico. Algumas mudanças no produto para atendimento de normas reguladoras ou novas leis ou mudança no produto por redução de custos, ou ainda atendimento a padrão de qualidade e manufatura requerem rebalanceamento de linhas de montagem. Uma outra classe de ações que exigem rebalanceamento envolve a variação de volume e mudança no mix de

modelos de produtos. Pela complexidade envolvida nestas ações, elas requerem maior tempo para obter a solução, uma vez que este problema se torna de grande porte e requer análise de vários cenários. Outro fator de importância é a minimização do efeito de estação gargalo por meio do rebalanceamento de linha de montagem. Pela experiência, admitamos que ações de rebalanceamento de linha de montagem são requeridas pelo menos 3 vezes ao mês.

A flexibilidade do sistema de produção, necessária para atender à customização de produtos, torna necessária a reconfiguração da linha de montagem. Isto se deve ao fato de que o rebalanceamento produz uma redução de custos de produção ao buscar maximizar o uso da capacidade da linha de montagem, realizando o melhor uso possível dos recursos da empresa. Isto gera uma vantagem competitiva para a produção. Esta última característica está relacionada com a linha de montagem da empresa considerada no estudo de caso desta dissertação, a qual possui um ambiente de mix de modelos de produtos seqüenciados arbitrariamente, conforme ordem de produção, para satisfazer os pedidos dos clientes.

#### **1.4 Limitações**

Este trabalho limita-se a:

- Utilizar o MATLAB versão 7.6.0 R2008a para implementação do algoritmo proposto
- Aplicar o método de Programação Inteira Binária, pelo algoritmo *Branch and Bound*, ao problema de rebalanceamento de linha.
- Avaliar o desempenho da técnica escolhida, levantando suas vantagens e limitações por meio da comparação da solução encontrada pela sua utilização com aquela empregada atualmente na empresa em questão.

As limitações deste trabalho se referem à implementação adequada do método de Programação Inteira Binária, de acordo com as características do ambiente considerado, por meio do desenvolvimento de um procedimento computacional.

## 1.5 Questões

Quais as técnicas de rebalanceamento que podem ser aplicadas em ambientes de mix de modelos de produtos? A aplicação de um método de Programação Inteira Binária produz um rebalanceamento melhor que a configuração empregada atualmente pela empresa em questão?

## 1.6 Aspectos metodológicos

A metodologia de pesquisa desta dissertação enquadra-se em pesquisa aplicada, de acordo a sua natureza, conforme Silva e Menezes (2001). A pesquisa aplicada objetiva gerar conhecimentos pela aplicação prática, os quais são dirigidos à solução de problemas específicos. No que diz respeito à abordagem do problema, esta dissertação se enquadra na classe de pesquisa quantitativa. Para Boaventura (2004), e também Silva e Menezes (2001), o método quantitativo é aquele que considera variáveis quantificáveis, o que significa traduzir em números as opiniões e informações, para classificá-las e analisá-las.

A pesquisa se enquadra em exploratória, visando proporcionar uma maior familiaridade com o problema por meio do levantamento bibliográfico e análise de exemplos. Quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa é do tipo bibliográfico, que, conforme Boaventura (2004), é a pesquisa elaborada a partir de material já publicado. Além de bibliográfico, é também estudo de caso. Para Silva e Menezes (2001), o estudo de caso envolve o estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que se permita ampliar e detalhar o conhecimento sobre o problema.

A pesquisa apresentada nesta dissertação foi realizada por meio das seguintes etapas:

- a) Revisão bibliográfica do problema de rebalanceamento de linhas de montagem para ambiente de modelos de mix de modelos de produtos e das técnicas aplicadas para a resolução deste problema nos últimos anos;
- b) Escolha do local para aplicação do estudo de caso dentro de toda a linha de montagem da empresa em questão;

- c) Avaliação da situação do balanceamento de linha atual nesta área, por meio de indicadores;
- c) Seleção da técnica de rebalanceamento de linha de montagem, verificando sua adequação ao ambiente escolhido para aplicação; A técnica escolhida foi baseada na pesquisa de Gokcen e Erel (1998), que utilizou a Programação Inteira Binária. A justificativa do uso desta técnica ocorre pela similaridade do ambiente considerado pelos autores anteriormente citados e o ambiente da empresa considerada neste estudo de caso. Além disso, o uso da PIB possibilitou a redução do número de variáveis utilizadas na resolução do problema, reduzindo o tempo de processamento do procedimento computacional desenvolvido, utilizado na dissertação.
- d) Desenvolvimento de procedimento computacional em MATLAB, baseado na pesquisa de Gokcen e Erel (1998) utilizando Programação Inteira Binária pelo algoritmo *Branch and Bound*.
- e) Aplicação da técnica selecionada à área escolhida, considerando inicialmente um problema de pequeno porte e posteriormente um problema de médio porte;
- f) Avaliação crítica da técnica utilizada, utilizando indicadores de desempenho empregados na empresa do estudo de caso;
- g) Considerações finais e recomendações, a partir da análise efetuada.

## 1.7 Organização do Documento

Este documento é organizado como segue. No Capítulo 2, é apresentado conceitos sobre linha de montagem, relações com tarefas e a classificação para problemas de balanceamento e rebalanceamento de linhas de montagem. No Capítulo 3, é feito um *survey* a respeito de Problemas de Balanceamento e Rebalanceamento de Linhas de Montagem em linhas de montagem de ambiente de mix de modelos de produtos, no qual diversos artigos publicados recentemente são citados e servem para seleção do método para o estudo de caso. No Capítulo 4 é descrita a metodologia de Gokcen e Erel (1998) artigo escolhido baseado no capítulo 3 para aplicação no estudo de caso. Para aplicação da metodologia é utilizada técnica de Programação Inteira Binária com resolução por

*Branch and Bound*. No Capítulo 5, é detalhado o problema do estudo de caso e aplicado o modelo de Gokcen e Erel (1998) neste estudo, inicialmente em 7 tarefas e em seguida em 43 tarefas. No capítulo 6 são apresentados o procedimento e resultados computacionais da aplicação da metodologia de Gokcen e Erel (1998) no estudo de caso. No Capítulo 7, são apresentadas as conclusões obtidas e as perspectivas de pesquisa futura.

## 2. O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM

Neste Capítulo são apresentados os fundamentos do problema de balanceamento e rebalanceamento de linhas de montagem. Inicialmente, são apresentadas as definições de linha de montagem bem como características, aspectos e tipologias de uma linha de montagem. Em seguida são apresentadas as relações de precedência entre as tarefas de uma Linha de Montagem e o tratamento destas relações por meio dos diagramas e matrizes de precedência. Na seção final do capítulo, é definido o problema de balanceamento e rebalanceamento de linha de montagem e a classificação do problema de balanceamento e/ou rebalanceamento de linhas utilizadas pela literatura é apresentado.

### 2.1 Linha de Montagem

Uma linha de montagem é um fluxo orientado de sistema de produção, onde as unidades são produzidas em operações ordenadas, alocadas em estações e alinhadas de maneira serial. Para um melhor entendimento sobre a definição de uma linha de montagem, alguns termos são apresentados na Tabela 2.1, com seus respectivos conceitos:

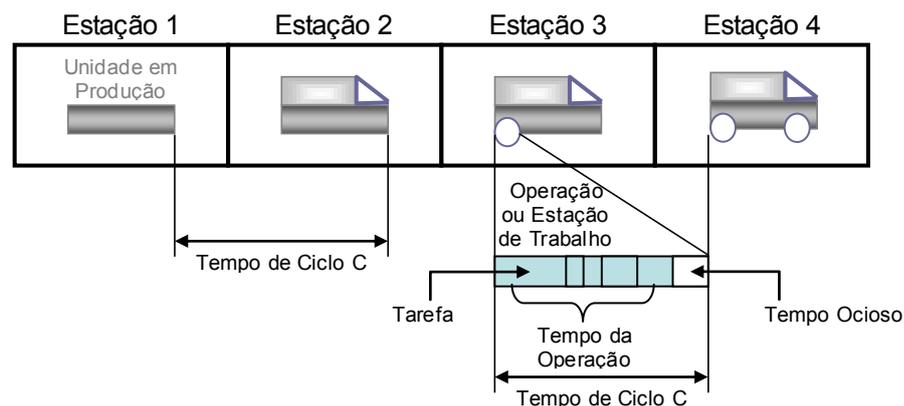
**Tabela 2.1: Termos utilizados em linhas de montagem**

<b>Termo</b>	<b>Conceito</b>
Tarefa	Representa uma parte de um todo, uma ação na transformação da unidade em produção. Por exemplo, a montagem de um catalisador num tubo de escapamento representa a tarefa <i>montar catalisador no escapamento</i>
Unidade em produção	É a unidade que passa estação a estação e está sendo transformada, até se tornar um produto final
Estação <sup>1</sup>	Local onde são executadas as operações.
Estação de Trabalho ou Operação <sup>1</sup>	Conjunto de tarefas que são executadas até o limite de tempo de ciclo de uma estação. Uma estação pode ter mais de uma operação. A operação é realizada pelo operador.
Tempo da Operação	É o somatório das tarefas de uma operação
Tempo de Ciclo	É o tempo de atravessamento da unidade em produção em uma estação. Representa a taxa de produção de uma linha
Operador	Pessoa que executa uma operação
Precedência	É a relação de dependência entre tarefas, onde tarefa <i>a</i> é precedente da tarefa <i>b</i> , então tarefa <i>b</i> só pode ser executada se tarefa <i>a</i> tiver sido realizada.

*1: Quando só existe uma operação na estação, a estação e operação (estação de trabalho) são a mesma coisa numa linha de montagem. Porém quando há paralelismo de operações e lugares variados de operações numa estação os conceitos entre estação e estação de trabalho são distintos.*

**Fonte: Adaptado de Rao (1971) pág. 07-12 e Scholl e Boysen (2009)**

Em uma linha de montagem, as unidades em produção passam de estação para estação sucessivamente, se movendo ao longo da linha, geralmente por algum tipo de sistema transportador (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007). Para Ozcan e Toklu (2009), a definição de linha de montagem é um sistema no qual as unidades são montadas consecutivamente, em estações ligadas umas às outras, se transformando progressivamente até o final da linha, aonde geralmente se chega ao produto esperado. Enquanto atravessam as estações e estações de trabalho, as unidades são transformadas ou montadas em determinado tempo. Este tempo de transformação é conhecido por tempo da operação, esse tempo representa o somatório de todas as tarefas realizadas para transformar a unidade produzida em uma estação. Tal tempo de transformação é limitado pelo tempo do atravessamento da unidade em produção, que é o Tempo de Ciclo. A cada estação de trabalho, tarefas são executadas até o limítrofe do tempo de ciclo e estas tarefas são atribuídas e organizadas para as estações de acordo com as relações de precedência (OZCAN; TOKLU, 2009). Segundo Fernandes e Morábito (2003), uma linha de montagem é balanceada quando o tempo de operação em cada estação de trabalho é igual ao tempo de ciclo da linha de montagem. Uma estrutura de linhas de montagem é apresentada na Figura 2.1.



**Figura 2.1: Estrutura de linha de montagem e elementos.**

**Fonte: Adaptado de Amen (2006)**

Uma linha de montagem é caracterizada em função do tipo de produto a ser produzido. Por causa disto, uma linha de montagem pode ser classificada nos seguintes aspectos: físicos, formato, ordem de fabricação de modelos e tempo de processamento das tarefas. Estas classificações são apresentadas a seguir.

### 2.1.1. Aspecto Físico da Linha

As linhas de montagem podem ser classificadas de acordo com o aspecto físico do produto a ser produzido da seguinte forma: a) linhas de um lado; b) linhas de dois lados e c) linhas de lugares variados. Cada uma destas é descrita a ser seguir (GHOSH; GAGNON, 1989; BECKER; SCHOLL, 2006; AGPAK; GOKCEN, 2007).

#### A) Linhas de montagem de um lado (*one-sided*):

Somente um dos lados da linha – esquerdo ou direito - é utilizado para a transformação da unidade (Figura 2.2).



Figura 2.2: Linha de Montagem do X-Box

Fonte: <http://www.oitobits.net/arquivo/linha-de-montagem-do-xbox/>

#### B) Linhas de montagem dos dois lados (*two-sided*):

Ambos os lados da linha de montagem são utilizados para a transformação da unidade, uma vez que elas ficam em paralelo e em condições simétricas (Figura 2.3). Estas linhas existem especialmente em empresas que necessitam fabricar produtos grandes, como veículos (BAYKASOGLU; DERELI, 2008).

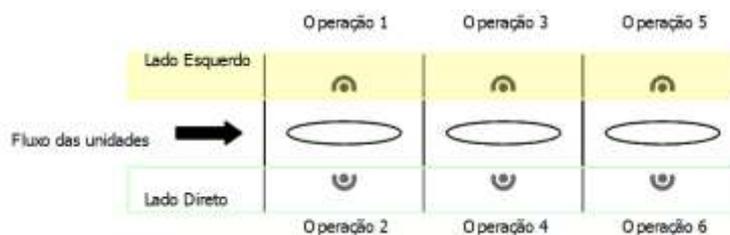
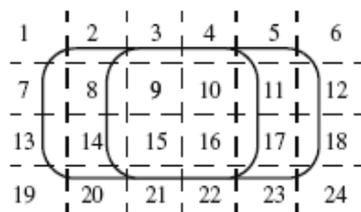


Figura 2.3 – Exemplo de linha de montagem com dois lados

Uma linha de montagem de dois lados pode oferecer vantagens sobre uma de um lado, como redução do número de operações e do comprimento da própria linha. Em consequência, o tempo de atravessamento da unidade na linha de montagem é menor, como também os custos com ferramentas e máquinas. (BARTHOLDI, 1993). Por causa do efeito do paralelismo nas linhas de montagem de dois lados, duas ou mais operações em uma mesma estação podem executar diferentes tarefas numa mesma unidade num determinado instante. Estes dois lados de uma mesma estação são conhecidos por estações-amarradas. Algumas tarefas podem ser executadas em ambos os lados da linha de montagem, porém outras tarefas podem ser realizadas em somente um dos lados: esquerdo ou direito. Por causa disto, a seqüência de construção da unidade tem efeito relevante para a execução das tarefas neste tipo de linha, já que isso pode interferir nas restrições de precedência, podendo gerar tempo ocioso por espera para conclusão de atividade de lado oposto. Este fenômeno é conhecido por interferência (SIMARIA; VILARINHO, 2007).

C) Linhas de montagem de lugares variados (*variable workplace*): Apresentam possibilidades de transformação do produto em diversos pontos, num mesmo intervalo de tempo. Isto permite uma maior flexibilidade, pois atividades limitadas por acesso são eliminadas e ocorre a redução no tempo de transformação, especialmente em produtos grandes, como veículos (BECKER; SCHOLL, 2009). A Figura 2.4 representa possibilidades de lugares de montagem num produto como um veículo em determinada estação. As 24 posições representam possibilidade de realização de tarefas num mesmo intervalo de tempo.



**Figura 2.4: Quantidade de possíveis posições de montagem em um carro**

**Fonte: Becker e Scholl (2009)**

### 2.1.2. Formato da Linha

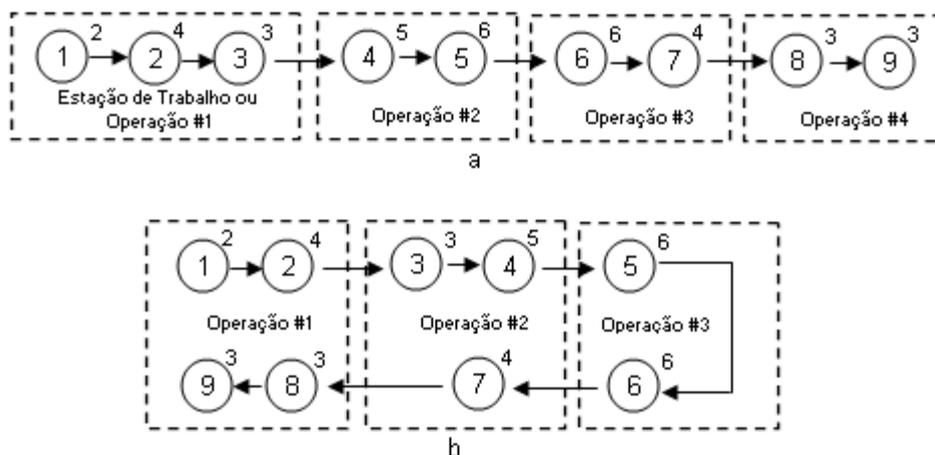
Uma linha de montagem pode assumir dois formatos: A) tradicional ou linha reta e B) em formato U (AGPAK; GOKCEN, 2007). Cada uma delas é descrita a seguir.

#### A) Linha Tradicional

São linhas em que a orientação e sentido de fabricação do produto são retos. Usualmente, o início e o final da linha de montagem são em locais distintos, independente dos modelos fabricados (simples / multimodelos / mix de modelos de produtos).

#### B) Linha de Montagem em formato U

Neste caso, o início e o final da linha se encontram na mesma posição. A Figura 2.5a ilustra uma linha de montagem de formato tradicional e a Figura 2.5b uma linha com formato em U, ambas com 12 unidades de tempo de ciclo. Cada nó representa a tarefa e o número próximo ao nó define o tempo para execução da tarefa. Os retângulos pontilhados são as estações de trabalho ou operações, que para a linha tradicional coincidentemente representam o número de estações.



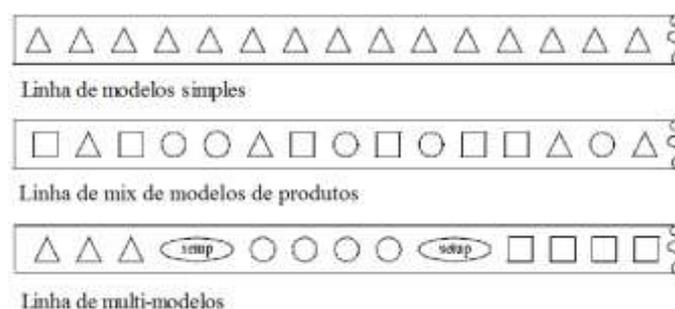
**Figura 2.5: (a) Linha de Montagem Tradicional (b) Linha de Montagem em U**  
**Fonte: Agpak (2010)**

### 2.1.3. Ordem de fabricação dos modelos e ambiente de sequenciamento nas linhas de montagem

Diversos autores como Kabir, Tabucanon (1995), Karabati e Sayin (2003), Boysen, Fliedner e Scholl (2008), Gerhardt, Fogliatto e Cortimiglia (2007) apresentam três tipos de linhas segundo os critérios acima citados, quais sejam:

- i. Modelo único (*single-model*);
- ii. Multimodelos (*multi-model*)
- iii. Mix de Modelos de Produtos (*mixed-model*).

Uma linha de montagem é considerada de modelo único quando somente um modelo de produto é fabricado na linha de montagem. As linhas de montagem multimodelos são geralmente usadas para a produção de dois ou mais produtos e os modelos são produzidos por lotes. Já as linhas de montagem de mix de modelos de produtos produzem diversos modelos arbitrariamente misturados, seguidos por alguma ordem, seqüência e mix (KABIR; TABUCANON, 1995). A Figura 2.6 representa características seqüenciais dos modelos simples, de mix de modelos de produtos e multimodelos:



**Figura 2.6: Características de linhas de montagem simples, de mix de modelos de produtos e de multimodelos.**

**Fonte: Becker e Scholl (2006)**

#### 2.1.4. Tempo das Tarefas

Segundo Ghosh e Gangnon (1989), o tempo das tarefas podem ser determinístico ou estocástico. Em processos estocásticos, ocorre uma grande variação nos tempos para execução das tarefas, portanto é feito tratamento probabilístico do tempo das atividades. Nos processos determinísticos não há variações nos tempos de execução das tarefas. Algumas das razões para a variação dos tempos das tarefas estão relacionadas com a força de trabalho como: fadiga, perda de atenção, qualificação insuficiente, insatisfação com o trabalho e erros (AGPAK; GOKCEN, 2007). Outra razão é a quebra de equipamentos utilizados na produção.

A classificação para problemas de balanceamento de linhas de montagem baseada nos tempos de processamento das tarefas, conforme Ghosh e Gagnon (1989), é a seguinte:

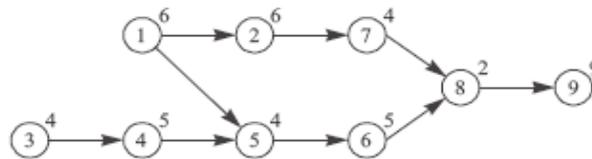
- i. Problemas para um único modelo com tempos das tarefas determinísticos (*Single-Model Deterministic - SMD*);
- ii. Problemas para um único modelo com tempos das tarefas estocásticos (*Single-Model Stochastic - SMS*);
- iii. Problemas para multimodelos com tempos das tarefas determinísticos (*Multi-Model Deterministic - MMD*);
- iv. Problemas para multimodelos com tempos das tarefas estocásticos (*Multi-Model Stochastic - MMS*).

## 2.2. Relações de Precedência entre as Tarefas de uma Linha de Montagem

Devido a condições tecnológicas e organizacionais, as restrições de precedência entre tarefas precisam ser observadas (BECKER; SCHOLL, 2006). Precedência é a relação pela natureza do produto em que cada tarefa *a* necessita ser realizada anteriormente à tarefa *b*, assim como uma tarefa *c* só pode ser realizada depois de concluída uma tarefa *b*, por dependência (BAUTISTA; PEREIRA 2007). Um diagrama de precedência é um agrupamento de tarefas representado por um grafo orientado  $G=(V,A)$ . Cada nó *i*

pertencente ao conjunto de vértices  $V$  do grafo representa uma tarefa e cada aresta do conjunto de arestas  $A$  que parte do nó  $i$  possui um peso associado a esta tarefa, representado pelo tempo necessário à sua execução. A direção das arestas representa a relação de dependência e, logo, a restrição de precedência (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2009).

Um exemplo de diagrama de precedência, representado por um grafo, é apresentado na Figura 2.7. O valor de cada nó representa o número da tarefa, enquanto o de cada aresta representa o seu tempo de execução. Esta figura contém 9 tarefas e os tempos de execução das mesmas se encontram entre 2 e 9 unidades de tempo.



**Figura 2.7. Exemplo de diagrama de precedência.**

Para realizar um balanceamento de uma linha de montagem, uma das etapas necessárias é encontrar uma solução onde cada tarefa fixada seja alocada respeitando as restrições de precedência. No caso da Figura 2.7, a tarefa 2 só pode ser iniciada se a tarefa 1 estiver concluída. Assim também, a tarefa 6 só pode ser realizada se as tarefas 1, 3, 4 e 5 já tiverem sido realizadas.

A matriz de precedência traz uma representação alternativa das informações no diagrama de precedência. Trata-se de uma matriz triangular com valores iguais a 0 ou 1 (GERDHART, 2005). Uma célula  $(i, j)$  da matriz representa a precedência entre as tarefas  $i$  e  $j$  na linha de produção; tal precedência é dada pelo valor  $a_{ij}$ . Quando  $a_{ij} = 1$ , a realização da tarefa  $j$  só pode acontecer após a realização da tarefa  $i$ . Caso a dependência não exista,  $a_{ij} = 0$ . A precedência sinalizada por  $a_{ij} = 1$  pode ou não ser imediata. Um exemplo de matriz é dado na Figura 2.8:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		1	0	0	1	1	1	1	1
2			0	0	0	0	1	1	1
3				1	1	1	0	1	1
4					1	1	0	1	1
5						1	0	1	1
6							0	1	1
7								1	1
8									1
9									

Figura 2.8: Exemplo de matriz de precedência.

Fonte: Gokcen e Erel (1998)

### **2.3 Rebalanceamento de Linhas de Montagem – O problema**

O problema de atribuir e organizar as tarefas nas estações de trabalho é conhecido por Problema de Balanceamento de Linhas (*Assembly Line Balancing Problem – ALBP*), (BARTHOLDI, 1993). O objetivo deste problema é minimizar o tempo ocioso da linha por meio da redução do número de estações e ou operações ou da minimização do tempo de ciclo ou ainda, da combinação de ambos (BAUTISTA; PEREIRA, 2009).

Quando se deseja realizar ajustes e readequação de uma linha de montagem que já se encontra em funcionamento, o problema de alocar e organizar as tarefas nas estações de trabalho é denominado rebalanceamento de linha de montagem. (FALKNAUER, 2005)

Baybars, em 1986, propôs uma classificação para problemas de balanceamento de linha de montagem dividindo-o em duas categorias: (DINIZ, 2005)

- i. Balanceamento de Linha de Montagem Simples (*Simple Assembly Line Balancing – SALB*)
- ii. Balanceamento de Linha de Montagem Generalizado (*General Assembly Line Balancing – GALB*).

O problema de balanceamento de linha de montagem simples (SALBP) busca reduzir a complexidade deste problema ao assumir as seguintes características (FERNANDES et al, 2008):

- É produzido um único modelo;
- Não existe tempo de processamento alternativo para as tarefas, já que não há diferença de tempo de execução para uma mesma tarefa;
- O tempo de ciclo é o mesmo para todas as estações – a velocidade é constante;
- A linha é serial e não existem estações em paralelo, sublinhas alimentadoras ou estações de duplo lado;
- O tempo das tarefas é considerado determinístico;
- A alocação de tarefas deve respeitar as restrições de precedência e todos os parâmetros são conhecidos.

Segundo Scholl e Becker (2006) e Bautista e Pereira (2007), o SALBP apresenta quatro variantes, com os seguintes objetivos:

**SALBP-1:** Minimizar o número de estações para um valor fixo de tempo de ciclo, ou seja, minimizar o tempo ocioso para determinada taxa de produção. (Taxa de produção é a quantidade de unidades que se deseja produzir).

**SALBP-2:** Minimizar o tempo de ciclo para um número fixo de estações ou operações, o que equivale a maximizar a taxa de produção para limitado número de estações.

**SALBP-E:** Minimizar simultaneamente o tempo de ciclo e o número de estações ou operações, considerando a relação com o tempo ocioso total ou a ineficiência da linha.

**SALBP-F:** Dado um tempo de ciclo e um número de estações ou operações, determinar a viabilidade de um problema, e, se for viável, encontrar uma solução factível.

A Tabela 2.2 apresenta a relação entre a variável a ser minimizada e a variável dada:

**Tabela 2.2 - Versões do SALBP**

<i>Número de estações (m)</i>	<i>Tempo de ciclo (c)</i>	
	Dado	Minimizar
Dado	SALBP-F	SALBP-2
Minimizar	SALBP-1	SALBP-E

**Fonte: Scholl e Becker (2006)**

O SALBP tem sido bastante pesquisado nas últimas décadas (KARABATI; SAYIN, 2003). Porém, ultimamente tem ocorrido um envolvimento da comunidade científica para a formulação e solução de problemas de balanceamento de linhas de montagem generalizado – GALBP (BECKER; SCHOLL, 2006).

Quando um problema de balanceamento de linha de montagem relaxa qualquer uma das características assumidas do SALBP, ele se enquadra na categoria de Problemas de Balanceamento de Linha de Montagem Generalizado (*General Assembly Line Balance Problem - GALBP*), (FERNANDES; DALALIO, 2000). O GALBP inclui restrições adicionais ao problema de balanceamento de linha simples, como: estações paralelas, diferentes *layout* da linha, tempos de processamentos alternativos para uma mesma tarefa, multimodelos e/ou mix de modelo de produtos, estações de trabalho com dois lados, tarefas com tempos estocásticos, linhas com ciclos descompassados, incompatibilidade entre tarefas e restrições de espaço (BECKER; SCHOLL, 2006; BAUTISTA; PEREIRA, 2007; BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007).

No GALBP, geralmente cada característica adicional ou característica que anula a simplicidade (SALBP) de um problema gera determinada variante de problemática de balanceamento. Por causa disto, Becker e Scholl (2006) afirmam que esta é uma das razões da dificuldade de se estabelecer uma classificação criteriosa para os problemas GALBP. De acordo com Boysen, Fliedner e Scholl (2007), uma classificação de problemas de balanceamento de linha de montagem incluindo todos os objetivos e as restrições relevantes, de forma estruturada, pode permitir comparações adequadas. A classificação serve para comparações entre as características relevantes dos tipos de problemas.

Uma proposta recente de estruturar a classificação dos problemas de balanceamento de linha de montagem foi realizada por Boysen, Fliedner e Scholl (2007). Nesta proposta, foi introduzida uma notação tri-upla para designar características e problemas de montagem, representada como  $[\alpha | \beta | \gamma]$  (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2008). Nesta classificação, um problema de balanceamento de linhas de montagem consiste de três elementos básicos:

Notação: [  $\alpha$  |  $\beta$  |  $\gamma$  ]

- i. Características do diagrama de precedência e tarefas ( $\alpha$ )
- ii. Características das estações de trabalho da linha de montagem e o local onde as tarefas são fixadas ( $\beta$ )
- iii. Tipos de objetivos a serem alcançados ( $\gamma$ )

O detalhamento de cada um dos elementos básicos desta classificação de Boysen et al, (2007) estão no Anexo A, ao final deste documento.

Nos últimos anos, muitos pesquisadores procuraram estabelecer critérios para classificar os problemas de balanceamento de linhas de montagem para que ocorra maior facilidade no entendimento do problema e busca de soluções. A Tabela 2.3 apresenta a cronologia com os principais acontecimentos e publicações sobre o problema de balanceamento de linhas de montagem, especialmente as classificações para este problema nos últimos 50 anos:

**Tabela 2.3: Evolução da Classificação do Problema de Balanceamento de Linha de Montagem**

1950	Salvenson	Primeiro problema de balanceamento de linha tratado com algoritmo
1970	Thomopoulos	Tratamento de problemas em ambientes mix de modelos de produtos - primeiras pesquisas
1986	Baybars	Divide os problemas de balanceamento de Linha em: - Simple ( <i>Simple Assembly Line Balancing</i> – SALB) e - Genérico GALB ( <i>General assembly line balancing</i> ), e os subdivide conforme objetivos: SALBP-1, SALBP-2, GALBP-1 e GALBP-2
1989	Ghosh e Gagnon	Divide os problemas baseado nos tempos das tarefas: <i>Single-Model Deterministic</i> – SMD e <i>Single-Model Stochastic</i> - SMS; <i>Multi-Model Deterministic</i> – MMD e <i>Multi-Model Stochastic</i> – MMS
....		Surtem inúmeros problemas genéricos denominados de MALBP, RALBP, CALBP, ASALBP, entre outros, com diversas técnicas (algoritmos, heurísticas e meta-heurísticas) sendo aplicadas
1999	Scholl e Becker	Incluem outras duas classificações para problemas simples, além do SALBP-1 e SALBP-2: SALBP-E: e SALBP-F
....		Novos problemas e novas aplicações
2007	Boysen, Fliedner, Scholl	Notação tri-upla para designar a classificação baseada em características e problemas de montagem, representada como [ $\alpha$   $\beta$   $\gamma$ ]. Aplicado para todas as situações conhecidas.

## 2.4 Evolução do Problema de Balanceamento e Rebalanceamento de Linha de Montagem

A problemática de balanceamento e rebalanceamento de linha de montagem se confunde com a própria criação das linhas de montagem. Com a evolução dos métodos de produção, soluções para construção de novas linhas de montagem e adaptações às já existentes, no sentido de balancear os recursos para atender a fabricação de produtos customizados e para reduzir custos, ações de balanceamento de linhas de montagem passaram a ter importância.

Entre 1912-1914, foram instalados os métodos da produção em massa, incluindo as linhas de montagem de movimento contínuo, e imediatamente foi possível montar um carro a cada 93 minutos. No sistema fabril um mecânico conhecia toda a construção de um veículo. Antes levava 12,5 horas para a construção de um chassi. (JONG, 2009). Em 1913, segundo Chiavenato (1993), já se fabricava 800 carros por dia. Henry Ford foi o criador desta nova forma de se produzir. Ele fundou em 1903 a Ford Motor Co. e neste momento surgiu a primeira linha de montagem. Em 1925, A Ford conseguia produzir um veículo a cada 15 segundos nas suas linhas de montagem. Isso ajudou a produção para diminuir os custos a um nível tal que os carros puderam ser comercializados a um preço razoável para a maioria das pessoas. (JONG, 2009). Ford descobriu que poderia ter uma acentuada elevação da produtividade do trabalho pelo parcelamento das tarefas, foi uma visão inovadora para a época. (SZEZEBICKI; PILATTI; KOVALESKI, 2004).

As guerras mundiais contribuíram para o desenvolvimento científico-tecnológico e progresso da humanidade (MAGNOLI, 2006). Com o pós-guerra, o desenvolvimento econômico de diversas nações passou a crescer, e a capacidade produtiva foi aumentada, face a maior concorrência. Os produtos já não podiam ser fabricados considerando apenas os desejos e necessidades dos fabricantes, mas precisam atender o gosto dos clientes (REKIEK, 2006) , A qualidade antes era um diferencial, nesta fase passava a ser um atributo necessário.

Uma frase famosa de Ford e que representava a produção industrial da época foi: "O cliente pode ter o carro da cor que quiser, desde que seja preto". A primeira linha de montagem de produção em massa só foi capaz de produzir um tipo de carro: Ford Modelo

T preto. Esta é chamada de linha de montagem de ambiente de modelo único (JONG, 2009). A figura 2.9 na página 35 mostra a linha de montagem do modelo T:



**Figura 2.9: Linha de Montagem do Modelo T Preto**

A necessidade de flexibilidade e variedade num sistema baseado em produção em massa e economias de escala causou problemas. Confrontados com estas circunstâncias, os fabricantes começaram uma busca para melhorar a flexibilidade (REKIEK, 2006).. Abordagens como manufatura flexível, *Just in time* e tecnologia de grupo surgiram naquele momento. Isto acelerou a introdução dos computadores na manufatura (REKIEK, 2006). O desenvolvimento tecnológico dos instrumentos apoiados por computador, como CAD – *Computer Aided Manufacturing* e outras terminologias CAx acontece concomitantemente a novas estratégias de produção.

Para atender demandas específicas, produtos modulares foram desenvolvidos. Ford foi um dos primeiros a desenvolver produtos modulares. Numa mesma plataforma, poderiam ser fornecidos diferentes módulos de 2 ou 4 bancos e direção direita ou esquerda (JONG, 2009 apud ALIZON et al. 2009). Por causa da similaridade de design, era possível montar diferentes modelos na mesma linha de montagem, depois de ajustar algumas configurações na mesma. Surgiram, então, as primeiras produções por lotes de multimodelos (JONG, 2009).

Nas últimas décadas, a necessidade de produzir de forma mais versátil e flexível forçou o desenvolvimento de linhas de montagem para a produção de itens customizados necessitando ter ambientes um mix de modelos de produtos, onde a saída dos produtos

são variações do mesmo produto base, diferindo em atributos específicos personalizados. Esse tipo de linha de montagem permite reduzir o tempo de configuração (considerado um problema para as linhas de multi-modelos), pois os produtos podem ser fabricados em comum em sequências entremeadas (BATTINI et al, 2008).

**Balanceamento de Linha de Montagem:** Com a introdução da produção em massa, surgimento da linha de montagem, e a necessidade constante de produtividade para atender as demandas de clientes e reduzir custos, fez com que a atividade de balancear a linha passasse a ter importância. Rao (1971) em sua tese de mestrado declara “Balanceamento de linha de montagem é um importante e desafiador problema enfrentados pelos engenheiros industriais de hoje numa sociedade orientada à produção em massa”. O projeto de sistemas de produção e de linhas de montagem tem sido sempre um importante problema de engenharia industrial (REKIEK, 2002 apud DOLGUI, 2001). As primeiras pesquisas sobre balanceamento de linhas de montagem datam da década de 50. A manufatura assistida por computador e a utilização de algoritmos contribuiu para o crescimento das pesquisas neste campo de pesquisa. De acordo RAO (1971) Bryton em 1954 foi o primeiro a tratar o problema de balanceamento de linha de montagem em sua tese de mestrado. Mas Salveson em 1955 foi o primeiro a dar tratamento matemático ao problema de balanceamento de linha de montagem. Ele sugeriu solução de balanceamento de linha de montagem de modelo único ou simples utilizando programação linear (RAO, 1971; BATTINI et al, 2008; BOYSEN, FLIEDNER, SCHOLL, 2008; KRIENGGORAKOT, PIANTHONG, 2007; REKIEK et al, 2002; GOKCEN, EREL, 1998). Durante os anos 60 e 70 diversos artigos tratando do problema de balanceamento de linha foram publicados. A maioria sugeriu uso de procedimentos heurísticos para resolver o problema de balanceamento de linha em modelos únicos ou simples (SALB – Single Assembly Line Balancing), (GOKCEN; EREL, 1998). Thomopoulos (1967) e Roberts e Villa (1970) foram os primeiros a formular balanceamento de linha de montagem para mix de modelos de produtos. (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007);

Até os dias de hoje, problema de balanceamento de linha tem importância industrial e científica. Ao longo dos anos, muitos pesquisadores desenvolveram soluções para os

diversos tipos de problemática de balanceamento de linha de montagem. Ainda existem campos a serem explorados, uma vez que com a customização em massa, muitos cenários e condições de ambiente de linha de montagem são definidos e projetados.

### **3. MODELAGEM DO PROBLEMA DE BALANCEAMENTO E REBALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM**

Este Capítulo apresenta um *survey* sobre abordagens dos problemas encontradas na literatura sobre balanceamento de linhas de montagem em ambientes de mix de modelos de produtos ou onde o problema foi de rebalanceamento de linha de montagem e/ou onde o ambiente da linha de montagem era de mix de modelos de produtos . Este *survey* compreendeu pesquisas recentes publicadas entre 1998 e 2010.

Segundo Bautista e Pereira (2007) e Silva Junior, Miranda Junior e Conceição (2010) o balanceamento de linhas de montagem é um dos problemas de engenharia industrial mais abordado pela pesquisa operacional, com trabalhos publicados nos últimos cinquenta anos. Dois parâmetros são particulares à grande maioria das variantes deste problema: (1) a existência de precedência entre as tarefas de montagem e (2) o tempo de ciclo da linha. O primeiro faz com que o início da execução de certas tarefas esteja condicionado ao término de outras. Por isso, estas tarefas deverão ser alocadas nas mesmas estações de trabalho que suas precedentes, ou em estações de trabalho posteriores, dado o sentido do fluxo de produção. O outro parâmetro é o tempo ciclo de operação da linha que representa o intervalo de tempo entre a saída de dois produtos consecutivos em uma linha cadenciada (ASKIN, STANDRIDGE, 1993 apud SILVA JUNIOR; MIRANDA JUNIOR; CONCEIÇÃO, 2010).

A classificação proposta por Boysen, Fliedner e Scholl (2007) facilitou a estruturação dos problemas já pesquisados e promoveu uma oportunidade de estudo de novas restrições para problemas de balanceamento de linha. De acordo Silva Junior, Miranda Junior e Conceição (2010), Becker e Scholl em 2007 apresentam a revisão mais extensa encontrada na literatura sobre balanceamento de linhas, caracterizando o problema de balanceamento de linhas generalizado (GALBP) em contraposição ao problema de balanceamento de linhas simples (SALBP)

As linhas de montagem de mix de modelos de produtos são o ambiente mais complexo, devido à variedade de produtos e de modelos de cada produto que são montados simultaneamente na linha (COROMINAS; PASTOR; PLANS, 2008). Um problema de

balanceamento de linha neste ambiente envolve a fixação de todas as tarefas de todos os modelos para as estações de trabalho (BUKCHIN; RABINOWITCH, 2006). As linhas de montagem de mix de modelos de produtos refletem linhas de montagem modernas, onde a demanda é caracterizada por alta variabilidade, requerendo um volume relativamente pequeno para cada modelo de produto. Isto permite a flexibilidade e customização na fabricação dos produtos. A Figura 3.1 mostra uma fábrica e seu mix de modelos de produtos:



**Figura 3.1:** Linha de Montagem de ambiente de mix de modelos de produtos.

Fonte: <http://economiabaiana.com.br/page/59/>

### **3.1 Pesquisas sobre Problemas de Rebalanceamento de Linha para Mix de Modelos de Produtos Encontradas na Literatura**

Poucas pesquisas combinando o problema de rebalanceamento (reconfiguração) de linhas em ambiente de mix de modelos de produtos foram encontradas. Entretanto, existem diversas pesquisas sobre o balanceamento (projeto e configuração) de linha de montagem em ambiente de mix de modelos de produtos. Thomopoulos (1967) foi o primeiro a desenvolver pesquisas de balanceamento de linhas em ambiente de mix de modelos de produtos (GOKCEN; EREL, 1998). Atualmente, existem diversas pesquisas nesta área, onde muitas delas possuem várias características em comum, enquanto outras são únicas (JONG, 2009). Nesta Seção, são apresentadas cronologicamente

algumas pesquisas realizadas nos últimos anos com enfoque no balanceamento e rebalanceamento de linhas de montagem em ambientes de mix de modelos de produtos. A representação da notação dos problemas estudados aqui utilizada é aquela desenvolvida por Boysen, Fliedner e Scholl (2008), qual seja:

Notação: [Características do diagrama de precedência | Características da estação | Objetivo(s)]

### **Gokcen e Erel (1998)**

Notação: [mix, link, inc | | score]

Desenvolveram um modelo de Programação Inteira Binária para problemas de balanceamento de linha em ambiente de mix de modelos de produtos, pelo uso do diagrama de precedência combinado. Eles concluíram que o modelo desenvolvido foi capaz de resolver problemas com mais de 40 tarefas e que foi superior ao modelo de Robert e Villa (1971) que usou Programação Inteira Binária para o mesmo número de decisões e restrições.

### **Fernandes e Dalalio (2000)**

Notação: [ mix, cum, fix | div,  $p^{work}$ ,  $res^{max}$  | E ]

Apresentaram as diferenças entre balanceamento e rebalanceamento, além de um panorama das principais pesquisas até aquele momento sobre estes temas. Os autores propuseram uma solução para problemas de rebalanceamento de linhas de montagem, onde os grupos de trabalhos são autogerenciados. Foi utilizado um modelo de Programação Inteira para o caso. Os indicadores utilizados nos resultados foram a curva de aprendizagem, que significa a evolução de habilidade e aprendizado dos trabalhadores numa determinada operação e taxa de produção especialmente em ambiente de mix de modelos de produtos (*mixed-model*). O modelo obteve soluções para 97,2% dos exemplos gerados (35 dos 36 exemplos gerados foram resolvidos)

### **McMullen e Tarasewish (2003)**

Notação: [*mix*, *t<sub>sto</sub>* | *pstat* | *Co*, *SSL<sub>line</sub>*, *score*]

Utilizaram o método de Otimização Baseado no Comportamento Coletivo de Formigas (*Ant Colony Optimization - ACO*) (DORIGO, 1992) em problemas de balanceamento de linhas de montagem com fatores complicadores, como estações paralelas, tarefas com tempos estocásticos e mix de modelos de produtos. O objetivo é construir soluções heurísticas para quatro possíveis problemas de balanceamento, quais sejam: i) maximizar a utilização da linha, denominado ANT-1; ii) maximizar a probabilidade de tempo igual ou próximo ao tempo de ciclo (ANT-2); iii) obter a composição ótima entre o ANT-1 e ANT-2, chamada de ANT-3 e iv) minimizar o custo (ANT-4). Os resultados destas heurísticas foram comparados com os de outras, como o método de sequenciamento de operações de linhas de montagem denominado *COMSOAL - Computer Method of Sequencing Operations for Assembly Lines* (ARCUS,1966) e o Recozimento Simulado - *Simulated Annealing* (KIRKPATRICK et al, 1983). Os resultados mostraram que o algoritmo desenvolvido, em especial o ANT-1, foi mais competitivo que os demais para as situações consideradas que neste caso do ANT-1 foi maximizar a utilização da linha.

### **Karabati e Sayin (2003)**

Notação: [*mix* | *unpac<sub>sync</sub>* | *score*]

Estudaram o problema de balanceamento de linha de mix de modelos de produtos (*mixed-model*) com transferência síncrona. Neste caso, as peças são transferidas coordenadamente de uma estação para outra. A unidade fica parada durante determinado tempo, quando são realizadas todas as tarefas equivalentes àquela estação de trabalho, as quais são transferidas coordenadamente à estação subsequente. O objetivo deste problema é minimizar o ciclo total, por meio da incorporação da informação de sequenciamento de modelos. Os múltiplos modelos foram transformados em um modelo único, por adição dos tempos limites de todos os modelos. A solução proposta constitui

um método heurístico, utilizado para minimizar o máximo tempo de subciclo das tarefas. O problema foi considerado como MALBP (*Mixed Model Assembly Line Balancing Problem*), especialmente por causa da interação entre a dependência de sequência em problemas de balanceamento de linhas de montagem de mix de modelos de produtos. Eles realizaram dois experimentos. Um inicial usando uma heurística desenvolvida por Scholl e Klein(1997) denominada SALOME-1. O segundo experimento, eles utilizaram os dados e aplicaram na heurística desenvolvida por eles denominada Tempo Máximo do Subciclo - MST – *Maximum Subcycle Time*. Eles consideraram os resultados bons, embora o tempo de CPU no MST tenha sido maior que o SALOME-1.

### **Simaria e Vilarinho (2004)**

Notação: [*mix* |  $p^{stat}$ ,  $p^{task}$ , *max* | *C*, *Co*]

Apresentaram uma solução baseada em um Algoritmo Genético (AG) (ANDERSON E FERRI, 1994) para problemas de balanceamento de linha de montagem em ambientes de mix de modelos de produtos. O objetivo é maximizar a taxa de produção da linha para um número pré-determinado de operadores (problema do tipo 2, MALBP-2) e ainda ter o melhor equilíbrio de carga de trabalho entre as atividades de diferentes modelos e estações de trabalho. Para isto, o procedimento proposto por Simaria e Vilarinho foi dividido em três estágios, chamados de 0, 1 e 2. O estágio 0 constituiu a construção de uma heurística baseada em AG para resolver o problema MALBP-1, que consiste em encontrar o menor tempo de ciclo. Se a solução é viável, compara-se o número de operadores necessário para o MALBP-1 pelo aumento do ciclo, e, se é compatível para o problema MALBP-2 em questão. Encontrado o valor do número de operadores, parte-se para o estágio 1. O estágio 1 utiliza um determinado AG, denominado AG1 – minimizar tempo de ciclo, que diminui em uma unidade o tempo de ciclo para determinado número de operadores, buscando encontrar uma solução viável. Se isso não ocorrer, parte-se para o estágio 2, usando o AG2, que realiza ajustes para as cargas de trabalho entre modelos na mesma tarefa e entre tarefas, além de buscar a solução factível pelo aumento

do ciclo. No experimento de sete problemas de tempo de ciclo com limite inferior encontrado, os autores obtiveram a solução ideal. O pior desvio-padrão entre as soluções envolvidas foi inferior a 7%.

### **Mendes et al (2005)**

Notação: [*mix, link, inc* | *prob, pstat* | *m, SSL<sub>line</sub>, SSL<sub>stat</sub>*]

Estudaram o problema de balanceamento de linha de montagem de câmeras fotográficas portáteis em um ambiente de mix de modelos de produtos. O objetivo é estabelecer diferentes configurações de linha, para vários níveis de demanda. A primeira etapa do estudo envolveu a utilização da técnica heurística para balanceamento de linha de montagem denominada Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) (MCMULLER e FRAZIER, 1993; KIRKPATRICK et al, 1983) para derivar a quantidade mínima de estações de trabalho e nivelar a carga de trabalho (significa a relação entre o tempo da operação e o tempo de ciclo numa estação de trabalho) entre as mesmas. No segundo estágio, as soluções encontradas foram utilizadas como entrada para a modelagem de evento de simulação discreta com a inclusão de alguns parâmetros, como tempos estocásticos, quebras de máquinas e retrabalhos. Os modelos de simulação permitiram verificar indicadores de desempenho em diferentes cenários. No estudo de caso, foi realizada a análise para diferentes demandas, o que permitiu enxergar a maximização do uso da linha de montagem para diferentes cenários. Na pesquisa, foram considerados 5 cenários, que correspondiam a taxa de produção de cada modelo de câmera fotográfica. A simulação foi realizada no programa computacional ARENA (SWETS; DRAKE, 2001). Os indicadores analisados foram a taxa de produção, tempo de fluxo para construção de uma câmera por modelo e utilização de recursos (mão de obra). Os resultados da simulação foram comparados com os da configuração instalada na empresa da pesquisa. Houve melhoria no balanceamento horizontal, no tempo de fluxo de construção.

### **Bukchin e Rabinowitch (2006)**

Notação: [*mix* | *div*, *ptask*, *res*<sup>01</sup> | *Co*]

Desenvolveram uma solução para problemas de balanceamento de linha em ambiente de mix de modelos de produtos que, além de minimizar o número de estações de trabalho neste ambiente, adiciona um custo da duplicação de tarefas, pela aumento de custos associado a realização de tarefas comuns em estações diferentes, que aumentam o custo da estação com máquinas, inventário e aspectos de mão de obra como habilidade e treinamento. Isso relaxa a hipótese em MALBP de que tarefas comuns para diferentes modelos devem ser fixadas em uma única estação de trabalho, ou seja, propõe-se a fixação em estações de trabalho diferentes de tarefas que são comuns entre os modelos. Para isso, foi utilizado o algoritmo de retrocesso *Branch-and-Bound*. (LAND e DOING, 1969), por Programação Inteira Binária. Eles realizaram experimentos em 3 casos, considerando 50 tarefas e 3 modelos. No caso A, foi realizado balanceamento para os três modelos separadamente. Não foram consideradas interações entre os modelos, e não existiram custos associados a duplicação de tarefas. No caso B, foi utilizado um diagrama combinado, e o custo de duplicação das tarefas foi alto. No caso C, foi aplicada a heurística que combina os dois casos extremos ( A e B). Os resultados foram os seguintes: 1) Quando comparado o Caso A e o C (heurística proposta), o caso A gerou em alguns experimentos menor ou igual número de estações de trabalho que o caso C. Porém, quando foi avaliado o custo total das tarefas, o caso C chegou a ser competitivo em até 34,2% em um dos experimentos. Quando comparados os casos B e C, o caso C chegou a ser 20,4% mais competitivo em termos de custo que o caso B.

### **Gokcen, Agpak e Benzer (2006)**

Notação: [*mix* | *pline* | *c*, *E*]

Consideraram o problema de rebalanceamento de linhas de montagem com linhas paralelas. O objetivo é rebalancear mais de uma linha de montagem, de forma a aumentar a produtividade. Para isto, considerou-se que os trabalhadores são multiabilitados (são

versáteis em diversas tarefas e estações de trabalho em mais de um modelo). O mecanismo para balanceamento seguiu dois caminhos: passivo e ativo. No modelo passivo, produtos iguais são montados com mesmo tempo de ciclo em duas linhas de montagem diferentes. No ativo, os produtos podem ser diferentes ou similares e o tempo de ciclo pode ser igual. A lógica de fixação de tarefas para ambos os casos é o método de sequenciamento de operações de linhas de montagem denominado (*Computer Method of Sequencing Operations for Assembly Lines* - COMSOAL) método desenvolvido por Arcus (1966) para problemas de casos simples (SALBP). Eles desenvolveram um modelo matemático baseado em Programação Inteira Binária. Testaram este modelo em 95 problemas conhecidos utilizados na literatura sobre balanceamento de linha. Destes 95 problemas, 30 obtiveram número de estações de trabalho em valor igual ao melhor resultado de linhas tradicionais. Os outros 65 problemas, o modelo proposto obteve menos estações de trabalho que as linhas tradicionais .

### **Simaria e Vilarinho (2007)**

Notação: [*mix, link, inc, fix* | *pstat* | *m, SSL<sup>line</sup>, SSL<sup>stat</sup>*]

Propuseram a solução de problemas de balanceamento de linha de montagem com estações com dois lados de mix de modelos de produtos. O objetivo principal é minimizar o número de estações na linha, considerando outros objetivos adicionais de nivelamento de carga de trabalho entre as estações e adequando o cumprimento de itens, como: precedências, zoneamento, capacidade, tamanho e restrições de sincronismo de processos de montagem. Para a solução, foi desenvolvido um algoritmo que utiliza o método denominado Otimização Baseada no Comportamento de Colônias de formigas (*Ant Colony Optimization* – ACO), (DORIGO, 1992), chamado de 2-ANTBAL. No procedimento aplicado, duas formigas trabalham simultaneamente, uma em cada lado da linha, ajudando a coordenar eficientemente a fixação de tarefas para ambos os lados da mesma. Como o procedimento aplicado usa uma regra sem atraso para as formigas enquanto existem tarefas disponíveis, isto pode descartar soluções ótimas, já que talvez

seja melhor a formiga oposta esperar um tempo enquanto a outra finaliza uma tarefa amarrada. Um experimento foi feito computacionalmente, inicialmente usando um *benchmarking* com problemas de modelos simples de Lee et al (2001) e comparando com os resultados obtidos do valor mínimo da melhor solução encontrada. O modelo 2-ANTBAL apresentou melhoria de até 16,7%, comparado ao *benchmarking*.

### **Agpak e Gokcen (2007)**

Notação: [ | *u* | *m*, *c*, *score*]

Definiram o problema de balanceamento de linha de montagem com *layout* em U como sendo o de alocar as tarefas dado um número de estações de trabalho em porções iguais, como também de maximizar a produção. Neste caso, foi desenvolvido um modelo matemático para este tipo de *layout* de linha de montagem em U com tempos estocásticos. O resultado obtido é não-linear, então foram realizadas transformações do mesmo para linear, de forma a construir um modelo de programação inteira. Os testes realizados revelaram que este modelo é capaz de resolver problemas com mais de 35 tarefas.

### **Bautista e Pereira (2007)**

Notação: [*cum* | | *m*, *c*, *score*]

Estudaram problemas de balanceamento de linha considerando as restrições de espaço e tempo. Para os autores, esta é uma nova família de problemas de balanceamento de linhas de montagem, denominada (*Time and Space Assembly Line Balancing Problem - TSALBP*). Foi utilizado um algoritmo do método de Otimização Baseado no Comportamento de Colônias de Formigas (*Ant Colony Optimization – ACO*) (DORIGO, 1992) para resolver o problema. Os testes realizados foram comparados com os de outra

meta-heurística baseada em Busca Tabu (GLOVER, 1986) em problemas do tipo SALBP-1 e SALPB-2. No problema haviam 140 tarefas. Os resultados obtidos pelo algoritmo proposto foram melhores que os de seu competidor em relação ao número de estações encontradas.

Por fim, o algoritmo foi aplicado a uma situação prática de problema de balanceamento de linha de montagem com mix de modelos de produtos numa planta de veículos da Nissan, na Espanha. Os resultados gerais não foram publicados pela confidencialidade dos dados. Para comparação das estações de trabalho os dados foram modificados e a comparação final mostra que o a heurística para o problema SALBP-1 apresentou um resultado de 17 estações de trabalho, enquanto que a heurística para o problema TSALBP-1 apresentou um resultado de 21.

### **Corominas e Pastor (2008)**

Notação: *[link, inc, type, max | | SSL<sub>line</sub>]*

Apresentaram um problema de rebalanceamento de linha de montagem de uma indústria de motocicletas que necessita adequar a produção sazonalmente, porque existe crescimento de demanda em determinado período do ano. Um elemento especial incluído para o caso foi a habilidade dos trabalhadores no desenvolvimento das tarefas, já que a empresa contrata temporários para trabalharem durante o crescimento das vendas. O objetivo é minimizar o número de trabalhadores temporários requeridos (sem habilidade), para um dado tempo de ciclo e time de trabalhadores, num total de 103 tarefas. O problema foi resolvido aplicando a Programação Inteira Binária. Os resultados mostraram que existe uma oportunidade de diminuição de contratação de 14% de funcionários temporários, quando comparada com a solução usada na empresa da pesquisa.

## Boysen e Fliedner (2008)

Notação: [ |  $p^{task}$ ,  $p^{stat}$ ,  $res^{01}$  | score ]

Desenvolveram um algoritmo para problemas do tipo genérico GALBP. O artigo discute a aplicação do algoritmo AVALANCHE pela técnica do Problema do Caminho Mínimo (proposto por Klein em 1963 para resolver casos SALBP-1 e SALBP-E) em problemas do tipo SALBP e GALBP. Nesses casos, consideram-se estações de trabalho paralelas, sinergias de custos, processamentos alternativos, restrições de zoneamento, tarefas paralelas, tempos de processamento estocásticos ou ainda linhas com *layout* em U. Para os autores, não existe um algoritmo específico que resolva todos os subproblemas do SALBP, assim como para todas as extensões GALBP, considerando assim, uma limitação para aplicação a problemas do mundo real. A aplicação do algoritmo foi feita em dois estágios: no primeiro, os gráficos de precedência foram transformados em uma sequência linear de tarefas, onde cada elemento recebe uma posição específica, sem violar nenhuma restrição de precedência, ou seja, constrói-se uma sequência válida de tarefas. No segundo estágio, as tarefas são atribuídas para as estações de trabalho, para uma dada sequência e tempo de ciclo. Esse problema foi considerado como de caminho mínimo (*shortest-path*). O algoritmo AVALANCHE (KLEIN, 1963) foi aplicado a todos os sub-problemas do SALBP, como também aos casos GALB relacionados. A maioria das modificações necessárias foi realizada no segundo passo, por causa das restrições incorporadas ao problema, especialmente nos casos GALBP. Para o SALBP, a qualidade de solução foi superior em relação aos casos GALBP, até pela simplicidade do problema. Os autores concluíram que não podem afirmar se ocorre similaridade de soluções para todos casos GALBP, por causa da perda de *benchmarking* e comparação de procedimentos. O modelo foi aplicado em um exemplo de 7 tarefas. Dois cenários foram considerados. O primeiro foi uma linha de montagem tradicional e o segundo, uma linha de montagem com formato em U. Para o primeiro caso, foram encontradas 23 rotas possíveis e a solução ótima ficou apresentou tempo de ciclo = 2 unidades e um lucro de 2.020 para a sequência. No segundo caso, foram encontradas 290 soluções viáveis. O melhor resultado apresentou tempo de ciclo = 3 unidades e lucro de 556.

### Fernandes et al (2008)

Notação: [ *type* | | *m* ]

Realizaram dois estudos de caso considerando problemas de balanceamento de linha de montagem simples e de mix de modelos com aplicação de um procedimento de solução exato, utilizando Programação Inteira Binária. O objetivo é minimizar o número de estações de trabalho. Em um dos casos, foi incluída a restrição para combinação de operações automáticas e manuais. Os autores afirmaram que problemas de montagem pertencentes à classe NP-árdua podem ser resolvidos de forma exata, isto é, sem utilização de procedimentos heurísticos. O primeiro estudo de caso foi em uma indústria de motores, com problema de balanceamento de linha de montagem generalizada - GALBP, com 80 tarefas e 7 modelos de motores. O segundo estudo de caso ocorreu numa indústria do segmento de linha branca, numa linha de montagem de ambiente de modelos simples – SALBP.

No primeiro estudo de caso, houve uma redução de 40 para 35 estações de trabalho e no segundo, a redução foi de 41 para 36 estações de trabalho.

### Özcan e Toklu (2009)

Notação: [ *mix* |  $p^{stat}$  | *m*, *SSL*<sup>*line*</sup>, *E* ]

Formularam um novo modelo matemático baseado na técnica do Recozimento Simulado - SA - *Simulated Annealing* (KIRKPATRICK et al, 1983) para resolver problemas de balanceamento de linhas de montagem de dois lados em um ambiente de mix de modelos de produtos. Os autores também desenvolveram um outro procedimento para efeito de comparação, baseado em Programação Inteira Mista (– *Mixed Integer Programming* - MIP). Os objetivos são minimizar o número de estações de trabalho dependentes, como também das demais estações de trabalho, além de maximizar a eficiência da linha e minimizar o desbalanceamento entre operações.. Foram realizados 6 experimentos, com número de tarefas entre de 9 e 148. Para os experimentos de pequeno porte (9 a 24 tarefas), o número de estações encontradas pelo algoritmo usando

MIP foi igual ao que utilizou a técnica SA. Nos experimentos de grande porte, a técnica SA apresentou resultados melhores que o método MIP.

### Becker e Scholl (2009)

Notação: Ver tabela 3.1

**Tabela 3.1 – Possibilidade do VWALBP**

<i>Número de estações (m)</i>	<i>Tempo de ciclo (c)</i>	
	Dado	Minimizar
Dado	VWALBP-F [ inc, fix, type, ch   pwork   ]	VWALBP-2 [ inc, fix, type, ch   pwork   c]
Minimizar	VWALBP-1 [ inc, fix, type, ch   pwork   m]	VWALBP-E [ inc, fix, type, ch   pwork   E]

**Fonte: Becker e Scholl (2009)**

Consideraram algumas restrições ainda não pesquisadas para o problema de balanceamento de linhas de montagem. No mundo real, especialmente em produção de itens como carros, caminhões, ônibus e máquinas, várias tarefas são executadas ao mesmo tempo em diversas posições numa mesma estação. Embora isto seja verdade, todas as pesquisas anteriores limitaram-se a análise de dois lados em estações de trabalho paralelas, ou seja, um produto pode ser montado num mesmo instante em duas posições. Os autores propuseram uma extensão ao problema básico de balanceamento de linhas de montagem para casos onde se requeiram lugares paralelos flexíveis, ou melhor, diversos pontos de montagem num mesmo instante, diversas operações numa mesma estação. O novo problema de balanceamento de linha é chamado de Balanceamento de Linha de Montagem de locais de trabalho variados (*Variable Workplace Assembly Line Balancing* - VWALBP) e é estruturado nas quatro possibilidades de otimização, apresentadas na Tabela 3.1.

O problema foi modelado utilizando Programação Linear Inteira. Para a solução, foi aplicada a heurística do *Branch and Bound*. Os autores concluíram que em situações de rebalanceamento em que se alterem poucas tarefas, as análises podem ser realizadas

através de procedimentos exatos. Para o experimento realizado, o procedimento se mostrou competitivo para problemas pequenos (até 30 tarefas) e médios (até 70 tarefas). Para problemas maiores, com uma grande quantidade de tarefas (acima de 70) o procedimento se mostrou superior.

### **SUN Qiu-gao (2010)**

Neste artigo, SUN Qiu-gao propõe o uso de um algoritmo alternativo baseado no modelo de otimização matemático multiobjetivo denominado Algoritmo de Otimização Baseado no Enxame de Partículas e Recozimento Simulado (*Particle Swarm Optimization Algorithm e Simulated Annealing* - PSO-SA). Este algoritmo foi utilizado para resolver problemas de balanceamento de linha de montagem de mix de modelos de produtos. Ele realizou uma comparação entre os resultados de balanceamento de linha de montagem, entre o algoritmo multiobjetivo PSO-SA e um algoritmo baseado apenas em PSO. Alguns indicadores utilizados foram: i) eficiência do balanceamento ou balanceamento vertical, que significa equilibrar a carga de trabalho entre as estações numa linha de montagem e ii) tempo para encontrar a solução final. O teste foi realizado com 20 tarefas, considerando 3 modelos de produtos. Os dois algoritmos geraram o mesmo número de estações de trabalho – 6 estações. Quanto aos indicadores, o PSO-SA se mostrou melhor que o PSO, já que a eficiência de balanceamento ficou em 96,5% contra 91,09% do PSO. O tempo para encontrar a solução despendido pelo PSO-SA foi de 0,03 enquanto que o PSO foi de 0,05 unidades de tempo. De acordo com SUN Qiu-gao, um modelo matemático multiobjetivo como o PSO-SA para problemas de balanceamento de linha de montagem de mix de modelos de produtos obtém resultados mais próximos do mundo real que modelos matemáticos de único objetivo, como o PSO.

## **4. SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO E REBALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM: MODELO DE GOKCEN E EREL (1998) UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO INTEIRA BINÁRIA**

Neste Capítulo, é descrita inicialmente a metodologia utilizada por Gokcen e Erel (1998) para problemas de balanceamento de linha de montagem de mix de produtos. Na seção seguinte é apresentado o que é Programação Inteira Binária (PIB), seguida da seção sobre o algoritmo *Branch and Bound*).

### **4.1 Modelo de Gokcen e Erel (1998)**

Gokcen e Erel (1998) aplicaram a Programação Inteira Binária a problemas de balanceamento de linha de mix de produtos (MALBP). Para modelar e resolver um problema de tipo MALBP, dois tipos de abordagens podem ser distinguidas: i) redução para um problema do tipo simples e ii) balanceamento horizontal, que significa que as cargas de trabalho de cada modelo devem estar equilibradas para cada estação, de modo a evitar sobrecarga ou tempo ocioso (BECKER; SCHOLL, 2006).

De acordo com Gokcen e Erel (1998), numerosos estudos foram publicados sobre diversos aspectos do problema de balanceamento de linhas de montagem, mas o número de estudos de problemas de balanceamento de linhas em ambientes de mix de produtos é relativamente pequeno. Eles desenvolveram um modelo de Programação Inteira Binária (PIB) para problemas de balanceamento de linhas de montagem em ambiente de mix de produtos. Esta técnica foi selecionada para o uso nesta dissertação por proporcionar um número reduzido de variáveis, o que facilita a resolução do problema.

O problema de balanceamento de linha de montagem num ambiente de linha de montagem de modelos simples é não polinomial (*NP-Hard*). A natureza combinatória do problema de balanceamento de linha de mix de produtos torna difícil a obtenção de soluções ótimas. Porém, este é o ambiente mais frequentemente encontrado na indústria,

devido à sua necessidade de produzir diversos produtos para alcançar a satisfação do cliente (GOKCEN; EREL, 1998).

Segundo Gokcen e Erel (1998), um problema de balanceamento de linha de montagem pode ser definido da seguinte forma:

“Dado  $P$  modelos, o conjunto de tarefas e um tempo de ciclo associado a cada modelo, o tempo de execução das tarefas e o conjunto de relações de precedência com a ordem admissível de tarefas específica para cada modelo, o problema consiste em atribuir as tarefas para um sequência ordenada de estações, desde que as relações de precedências estejam satisfeitas e alguns indicadores de desempenho estejam otimizados”.

No procedimento de Gokcen e Erel (1998), um modelo de Programação Inteira para problemas de balanceamento de linhas de montagem em ambientes de mix de produtos foi desenvolvido, utilizando algumas propriedades que permite redução do problema prevenindo o crescimento das variáveis do problema, conseqüentemente limitando o número de restrições.

As notações usadas por Gokcen e Erel (1998) para o problema de balanceamento de linhas de montagem de mix de produtos estão listadas a seguir:

$i$  = tarefa;

$N$  = número total de tarefas no problema;

$K$  = número inicial de estações de trabalho;

$P$  = número de modelos (produtos);

$PR_i$  = subgrupo de todas as tarefas que precedem a tarefa  $i$ ,  $i = 1, \dots, N$ ;

$S_i$  = subgrupo de todas as tarefas que são posteriores à tarefa  $i$ ,  $i = 1, \dots, N$ ;

$t_{im}$  = tempo de execução da tarefa  $i$  do modelo  $m$ ,  $m = 1, \dots, P$ ;

$C_m$  = tempo de ciclo do modelo  $m$ ,  $m = 1, \dots, P$ ;

$E_{im}$  = Primeira estação de Trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $m$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;  $m = 1, \dots, P$ ;

$L_{im}$  = Última estação de trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $m$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;  $m = 1, \dots, P$ ;

$V_{ik} = 1$  se a tarefa  $i$  é fixada para a estação de trabalho  $k$ ; 0, caso contrário.

$X_{km} = 1$  se a estação de trabalho  $k$  é utilizada para o modelo  $m$ ; 0, caso contrário

$A_k = 1$  se a estação de trabalho  $k$  é utilizada por todos os modelos; 0, caso contrário;

$W_{km}$  = Subgrupo de todas as tarefas que podem ser fixadas para estação de trabalho  $k$  do modelo  $m$ ;

$\|W_{km}\|$  = número de tarefas no conjunto  $W_{km}$ . é obtido dos valores de  $E_{im}$  e  $L_{im}$ .

Se  $X_{km}$  é igual a 1 para estação de trabalho  $k$ , para  $m = 1, \dots, P$ , então  $A_k$  igual a 1; Senão  $A_k$  igual a 0.

#### A) Hipóteses do modelo:

- 1 – Os tempos de execução das tarefas associados com cada modelo são constantes conhecidas;
- 2 - Tarefas comuns entre modelos não necessitam ter o mesmo tempo de execução.
- 3 – As relações de precedência entre tarefas de cada modelo são conhecidas;
- 4 - Não existe inventário em processo (*Work in Process* - WIP) alocado nas estações;

5 – As tarefas comuns de diferentes modelos devem ser realizadas nas mesmas estações de trabalho;

6 – O número de estações de trabalho é igual para todos os modelos.

7 – Estações de trabalho paralelas não são permitidas.

### *B) Função Objetivo e Definições necessárias*

A função objetivo do problema é minimizar o número de estações de trabalho utilizadas (conforme Eq.1), suavizando o balanceamento vertical, que significa equilibrar a carga de trabalho entre as estações numa linha de montagem.

Função Objetivo:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K A_k \quad \text{Eq. 1}$$

Onde,

*K = Número inicial de estações de trabalho em que o modelo m terá tarefas a serem executadas;*

*A<sub>k</sub> = 1 se a estação de trabalho k é utilizada por todos os modelos; 0, caso contrário.*

Conforme Gokcen e Erel (1998), antes de se verificar as restrições, o modelo exige a definição da primeira e última estações possíveis para as tarefas, de forma a reduzir a quantidade de variáveis do problema. A primeira estação com tarefa *i* pode ser fixada baseada no fato que um número suficiente de estações pode ser poupado para as tarefas anteriores a *i*. Um limite inferior para determinação da primeira estação é a proporção entre o tempo levado para execução das tarefas predecessoras a *i* no modelo *m* mais o

tempo de execução da tarefa  $i$  no modelo  $m$  dividido pelo tempo de ciclo do modelo  $m$ , conforme visto na (Eq. 2). Semelhantemente na Eq. 3, a última estação é associada com tarefas depois da tarefa  $i$  no diagrama de precedência. Utilizando estes conceitos propostos por Patterson e Albracth (1975 apud GOKCEN; EREL, 1998), pode-se reduzir o número de variáveis no modelo. Gokcen e Erel os utilizaram para o problema de mix de modelos, uma vez que a formulação original foi realizada para problemas do tipo simples. Eles puderam utilizar este conceito pela redução do diagrama de precedência de cada modelo para um diagrama de precedência combinado. Tipicamente, existem muitas tarefas que são comuns entre modelos em linhas de montagem de mix de produtos e com relações de precedência similares entre as tarefas em comum (GOKCEN; EREL, 1998). Assim, analisando as tarefas comuns entre modelos, podem-se transformar os diagramas de precedência de cada modelo num único diagrama de precedência combinado. Num diagrama de precedência combinado, não devem existir conflitos, como por exemplo: se um modelo requer que a tarefa  $a$  seja completada antes da tarefa  $b$ , então nenhum outro modelo poderá fazer a tarefa  $b$  antes da tarefa  $a$  ter sido realizada. O diagrama de precedência reduz o número de variáveis e restrições significativamente, pela comunização de tarefas comuns entre os modelos (GOKCEN; EREL, 1998). Normalmente, o número de tarefas num diagrama de precedência combinado é muito menor que a soma das tarefas do modelo, pelo fato de que as tarefas comuns entre modelos aparecerem como uma tarefa no diagrama combinado.

$$E_{im} = \left[ \frac{t_{im} + \sum_{j \in PR_i} t_{jm}}{C_m} \right]^+ \quad \text{Eq. 2}$$

Para  $i = 1, \dots, N$      $m = 1, \dots, P$

$$L_{im} = K + 1 - \left[ \frac{t_{im} + \sum_{j \in S_i} t_{jm}}{C_m} \right]^+ \quad \text{Eq.3}$$

Para  $i = 1, \dots, N$      $m = 1, \dots, P$

A primeira e última estações de trabalho com tarefas  $i$  num diagrama de precedência combinado podem ser fixadas para  $\text{Max}_{m=1,\dots,P}\{E_{im}\}$  e  $\text{Min}_{m=1,\dots,P}\{L_{im}\}$ , respectivamente.

No caso do procedimento de Gokcen e Erel (1998), a solução para redução do problema de genérico (GALBP) para simples (SALBP) foi a aplicação do diagrama de precedência combinado. O esforço para transformar dados de um problema de mix de produtos para um problema do tipo MALBP consiste em computar os tempos médios das tarefas (THOMOPOULOS, 1970; MACASKILL, 1972; MCMULLEN AND FRAZIER, 1997; SCHOLL, 1999, APUD BECKER; SCHOLL, 2006). Isto indica que, na média, o tempo de ciclo será suficiente para executar todas as tarefas, configurando assim um problema SALBP. Por definição de relaxamento, tarefas idênticas devem ser fixadas numa mesma estação de trabalho para todos os modelos de produtos.

#### *C - Restrições do problema:*

O problema de Gokcen e Erel (1998) contempla quatro restrições.

1) Atribuição: assegura que tarefas de cada modelo são atribuídas ao máximo para uma estação de trabalho. É representada na Eq. 4:

$$\sum_{k=E_i}^{L_i} V_{ik} = 1 \quad \text{Eq. 4}$$

Onde,

$k$  = Estação de trabalho;

$V_{ik} = 1$  se a tarefa  $i$  é fixada para a estação de trabalho  $k$ ; 0, caso contrário.

$E_i$  = Primeira estação de trabalho da tarefa  $i$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;

$L_i$  = Última estação da tarefa  $i$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ .

2) Precedência: Num diagrama de precedência combinado, a relação entre a tarefa  $a$  e a tarefa  $b$ , onde  $b$  é imediatamente posterior a, pode ser expresso pela Eq.5:

$$\sum_{k=E_a}^{L_a} k \cdot V_{ak} - \sum_{k=E_b}^{L_b} k \cdot V_{bk} \leq 0 \quad \text{Eq. 5}$$

Onde:

$k$  = Estação de trabalho;

$V_{ak} = 1$  se a tarefa  $i$  do modelo  $a$  é fixada para a estação de trabalho  $k$ ; 0, caso contrário.

$V_{bk} = 1$  se a tarefa  $i$  do modelo  $b$  é fixada para a estação de trabalho  $k$ ; 0, caso contrário.

$E_a$  = Primeira estação de trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $a$  que será fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;

$E_b$  = Primeira estação de trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $b$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;

$L_a$  = Última estação de trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $a$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;

$L_b$  = Última estação de trabalho da tarefa  $i$  do modelo  $b$  que pode ser fixada para dada relação de precedência de  $i = 1, \dots, N$ ;

$L_a \geq E_b$  e  $E_a \leq E_b$

3) Tempo de Ciclo: A soma dos tempos das tarefas executadas para cada modelo deve ser menor ou igual ao tempo de ciclo do modelo, como na Eq.6:

$$\sum_{i \in W_{km}} t_{im} \cdot V_{ik} \leq C_m \quad \text{Eq. 6}$$

Onde:

$t_{im}$  = tempo de execução da tarefa  $i$  do modelo  $m$ ,  $m = 1, \dots, P$ ;

$V_{ik} = 1$  se a tarefa  $i$  é fixada para a estação de trabalho  $k$ ; 0, caso contrário, para  $k = 1, \dots, K$

$W_{km}$  = Subgrupo de todas as tarefas que podem ser fixadas para estação de trabalho  $k$  do modelo  $m$ ;

4) Restrição de estação de trabalho: O número de estações de trabalho é o mesmo para todos os modelos. Mesmo se em uma estação de trabalho o conteúdo de trabalho da operação for zero para um modelo, então o conteúdo de trabalho da estação de trabalho para os outros modelos será zero também naquela operação Eqs.7-8.

$$\sum_{i \in W_{km}} V_{ik} - \|W_{km}\| X_{km} \leq 0 \quad \text{Eq.7}$$

$$\sum_{m=1}^P X_{km} - P \cdot A_k = 0 \quad \text{Eq.8}$$

$W_{km}$  = Subgrupo de todas as tarefas que podem ser fixadas para estação  $k$  do modelo  $m$ , para  $k = 1, \dots, K$   $m = 1, \dots, P$ ;

$\|W_{km}\|$  = número de tarefas no conjunto  $W_{km}$ , para  $k = 1, \dots, K$   $m = 1, \dots, P$ .

$X_{km} = 1$  se a estação de trabalho  $k$  é utilizada para o modelo  $m$ ; 0, caso contrário

$P =$  número de modelos (produtos);

$A_k = 1$  se a estação de trabalho  $k$  é utilizada por todos os modelos; 0, caso contrário;

#### *D - Entradas do Modelo*

No modelo de Gokcen e Erel (1998), as entradas requeridas para o problema são:

1. Descrição e tempos das tarefas ( $t_{im}$ );
2. Tempo de ciclo da linha ( $C_m$ );
3. Precedências das tarefas ( $j$ );
4. Número de estações de trabalho iniciais ( $K$ ).

## **4.2 Programação Inteira Binária**

Na Programação Inteira Binária (*Binary Integer Programming* - PIB), as variáveis assumem os valores 0 ou 1. Isto pode representar uma aceitação ou uma rejeição, um sim ou um não, verdade ou falsidade (CHINNECK, 2004; RAO, 1978).

Num problema de Programação Inteira limitado, o espaço de soluções pode ser considerado finito, ou seja, existe um número limitado de soluções viáveis. A idéia mais simples para otimizar um problema assim seria enumerar todos esses pontos e escolher a melhor solução entre eles (HILLIER; LIEBERMAN, 1995).

Problemas de PIB podem ser resolvidos pelo algoritmo de corte (*Cutting Plane*) (GOMORY, 1960) e pelo algoritmo *Branch and Bound* (LAND; DOIG, 1960). No modelo de Gokcen e Erel (1998), foi utilizado o algoritmo *Branch and Bound*.

### 4.3 Algoritmo *Branch and Bound*

Por definição, o algoritmo *Branch and Bound* (LAND; DOIG, 1960) é um algoritmo enumerativo, cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma árvore de busca. Nesta árvore, os nós representam os problemas candidatos e os ramos, as restrições a serem consideradas. Por intermédio dessa árvore, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas, de modo implícito ou explícito, o que garante que todas as soluções ótimas serão encontradas (LONGO, 2006). O seu princípio básico é o uso de estimativas no valor da solução ótima de um subproblema, para evitar a inspeção de partes de seu conjunto de soluções. A sua base é a estratégia de dividir o problema e conquistar soluções (SOARES, 2006).

O método *Branch and Bound*, embora não teste explicitamente todas as soluções possíveis, garante a otimalidade da solução obtida (KAWAMURA, 2005).

O método realiza duas operações principais:

1) Dividir (*Branching*): Consiste em dividir o problema principal em subproblemas menores, de modo a facilitar a análise, eliminando soluções inviáveis, sem comprometer a integridade da solução desejada.

2) Conquistar (*Bounding*): Consiste em eliminar soluções de baixa qualidade por meio de comparações com limitantes, normalmente conhecidos por limites inferior e superior. De acordo com o tipo de problema, seja minimização ou maximização, estes limites representam valores diferentes. Num problema de minimização, o limite superior é um valor ótimo, que serve como parâmetro para avaliar soluções obtidas. Assim, soluções com valores superiores ao limite superior são descartadas. Num problema de maximização, o limite inferior é uma estimativa da função objetivo, tendo-se como base a solução parcial até então obtida. O limite inferior é sempre menor ou igual ao valor da função objetivo, já que seu cálculo é baseado em um subconjunto da solução, enquanto que a função objetivo é calculada para a solução completa. Neste sentido, é possível eliminar soluções que tenham limitantes inferiores piores do que os atuais limitantes superiores conhecidos. A Figura 4.1, mostra as divisões ou ramificações da árvore,

evidenciando a estratégia de divisão e conquista do método *Branch and Bound*. Nesta figura, a árvore possui 3 variáveis binárias:  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ . Cada nó da árvore possui dois nós filhos, um com valor 0 e outro com valor 1.

A Figura 4.1 apresenta a estrutura da árvore com a raiz (S) no topo, que também pode ser denominada de todas as soluções. Os últimos nós da árvore são chamados nós folha. Eles representam a atual enumeração de soluções, que neste caso são 8: (2 possíveis valores de  $x_1$ ) x (2 possíveis valores de  $x_2$ ) x (2 possíveis valores de  $x_3$ ). Numa árvore de enumeração, a estratégia é dividir um problema em subproblemas menores, como acontece com na Eq. 9. Na primeira divisão de S, como visto na Eq. 9, são gerados os nós filhos  $S_0$  e  $S_1$ , que são a representação de  $x_1$  para o conjunto de possíveis soluções, onde  $x_1$  pode receber o valor 0 (nó  $S_0$ ) ou 1 (nó  $S_1$ ).

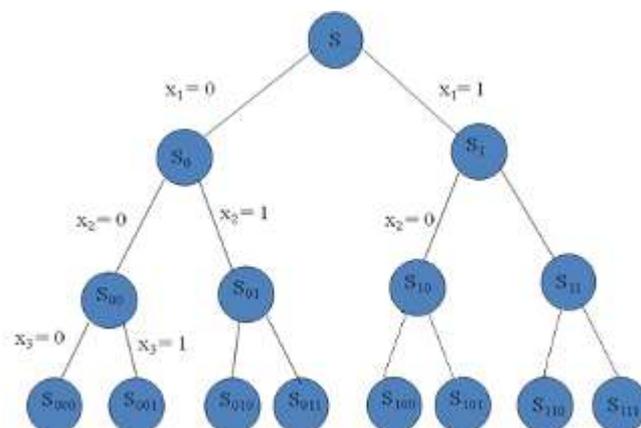
$$S = S_0 \cup S_1, \text{ onde:}$$

$$S_0 = \{x \in S : x_1 = 0\} \text{ e}$$

$$S_1 = \{x \in S : x_1 = 1\}.$$

Eq.9

A mesma lógica é utilizada para a ramificação dos demais nós filhos. Após atribuição de todas as variáveis binárias, a enumeração está completa. Os nós a partir de  $S_{000}$  até  $S_{111}$  são o conjunto de todas as possíveis soluções. Se o nó  $S_{001}$  for considerado como a melhor solução, por exemplo, isto quer dizer que o nó  $S_{001}$  é a solução em que  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$  e  $x_3 = 1$ .



**Figura 4.1: Árvore típica do método *Branch and Bound***

Fonte: Carravila, 2009

Mas a principal idéia do *Branch and Bound* é evitar o crescimento da árvore inteira o máximo possível (CHINNECK, 2003). Se todas as soluções fossem examinadas, seria efetuada uma enumeração completa (CARRAVILA, 2009). Em problemas do mundo real, é dispendioso e inviável examinar todas as soluções. (CHINNECK, 2003). O algoritmo *Branch and Bound* realiza o crescimento da árvore pela seleção apenas dos nós mais promissores em cada estágio. O nó promissor é determinado por uma estimativa do limite sobre o melhor valor da função objetivo. A operação dividir (*branching*) ocorre quando o nó é selecionado para o crescimento do ramo e a próxima geração de nós filhos é criado. A operação conquistar (*bounding*) começa quando o limite do melhor valor alcançado pelo crescimento é estimado (CHINNECK, 2003).

A estrutura geral do algoritmo *Branch and Bound* apresenta três etapas principais: separação, relaxação e sondagem (SOARES, 2006). Na separação ou divisão (*branching*), um problema original  $P$  é separado em subproblemas, sujeitos à:

1. Toda solução viável do problema principal é solução de somente um dos subproblemas;
2. Uma solução viável de qualquer um dos subproblemas também é uma solução viável do problema principal.

A forma habitual de separação de um problema de *Branch and Bound* em Programação Inteira Binária ocorre através de restrições conflitantes em uma única variável inteira (variável de separação ou de ramificação). À medida que se percorre a árvore de busca, a região viável dos nós filhos gerados vai ficando cada vez mais limitada. A relaxação consiste em, provisoriamente, ignorar algumas restrições do problema principal, visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição que deve ser satisfeita é que o conjunto de soluções viáveis do problema original esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado. Se o problema relaxado não tem solução viável, então o mesmo é verdadeiro para o problema principal. O valor mínimo encontrado para o problema principal é menor que o valor máximo do problema relaxado.

Na sondagem, os problemas candidatos são analisados para se determinar quais são os promissores e quais deverão ser rejeitados. O problema candidato é rejeitado se:

1. O problema candidato relaxado não tem solução viável. Isto significa que o problema candidato também não tem solução viável;
2. A solução ótima do problema candidato relaxado é pior (*bounding*) do que a melhor solução atualmente conhecida para P (solução incumbente).

Deve-se observar que a solução ótima do problema candidato relaxado é sempre melhor ou igual à solução do problema candidato e de seus descendentes.

## 5. ESTUDO DE CASO: APLICAÇÃO DO MODELO DE GOKCEN E EREL (1998), PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL E RESULTADOS

Neste Capítulo é descrita a classificação para o problema de rebalanceamento de linha de montagem do estudo de caso, baseado na classificação do Boysen, Fliedner e Scholl (2007). Na seção seguinte é feito o detalhamento do procedimento computacional aplicado em MATLAB para a solução do problema com aplicação da metodologia proposta por Gokcen e Erel (1998) inicialmente a um problema de rebalanceamento de pequeno porte, com 7 tarefas para validação do procedimento, e depois a sua aplicação a um problema de médio porte com 43 tarefas. No final é apresentado os resultados.

### 5.1 Classificação do Problema do estudo de Caso

A classificação do problema para o estudo de caso, conforme estruturação proposta por Boysen, Fliedner e Scholl (2007) é:

Notação [  $\alpha$  |  $\beta$  |  $\gamma$  ]

**Notação: [mix, link, inc | | m, SSL<sup>line</sup>]**

Onde:

$\alpha$  – Características do Diagrama de precedência:

$\alpha = |mix, link, inc|$

mix: Os modelos são de mix de produtos;

link: Tarefas ligadas que podem ser fixadas na mesma estação

inc: Tarefas incompatíveis não podem estar combinadas na estação

$\beta$  – Características das estações e das linhas:

$$\beta = \{ \}$$

o = Linha com passo constante, média do conteúdo de trabalho restrito ao tempo de ciclo e tempo de ciclo global e único.

$\gamma$  – Objetivos

$$\gamma = \{m, \text{SSL}^{\text{line}}\}$$

$m$  = Minimizar o número de estações de trabalho  $m$

$\text{SSL}^{\text{line}}$  = Tempo das estações de trabalho precisam estar balanceadas entre si em toda a linha, melhorando o equilíbrio, ou seja, realizar o balanceamento vertical.

## 5.2 Considerações do modelo de Gokcen e Erel (1998) para o estudo de caso

O algoritmo de Gokcen e Erel (1998) considera dado o número de estações iniciais. Não há esclarecimento sobre o cálculo deste valor. Para esta dissertação, o número de estações inicial ( $K$ ) é calculado baseado na metodologia utilizada para determinar o número de estações, que é usada na empresa do estudo de caso em questão. Então,  $K$  é determinado pelo somatório do tempo de processamento total de todas as tarefas dividido pelo tempo de ciclo da linha de montagem, somadas a uma unidade. Esta técnica foi utilizada porque o tempo de ciclo é conhecido, podendo, então, se estimar empiricamente o número de estações. Para um tempo de ciclo conhecido  $x$ , pode-se alocar as tarefas  $a$ ,  $b$  e  $c$  desde que o somatório do tempo destas não seja maior que o tempo de ciclo  $x$ . Se o somatório de todas as tarefas for dividido pelo tempo de ciclo, pode-se estimar um número empírico de estações e cumprir a regra citada. Na formulação do número inicial de estações  $K$  para esta pesquisa, uma unidade é adicionada, pois serve como margem para determinação de  $K$ , uma vez que ainda não foram consideradas restrições do problema que influenciam diretamente o número final de estações. A equação 10 na página 67 mostra a formulação para  $K$ :

$$K = \frac{\sum_{i=1}^i t_{im}}{C_m} + 1 \quad \text{Eq.10}$$

Onde,

$K$  = número inicial de estações;

$t_{im}$  = tempo de execução da tarefa  $i$  do modelo  $m$ ,  $m = 1, \dots, P$ ;

$C_m$  = tempo de ciclo do modelo  $m$ ,  $m = 1, \dots, P$ ;

Logo, para o estudo de caso, as entradas serão:

- i) descrição e tempos das tarefas ( $t_{im}$ );
- ii) tempo de ciclo da linha ( $C_m$ )
- iii) precedências das tarefas ( $j$ ).

O número inicial de estações  $K$  será calculado baseado nas informações de entrada.

A quarta restrição do modelo de Gokcen e Erel não será utilizada nesta dissertação. Esta restrição relata que, se nenhuma tarefa de um modelo  $m$  for atribuída a uma estação, nenhuma tarefa de qualquer outro modelo também não será atribuída àquela estação. Esta restrição foi desconsiderada devido à característica do diagrama de precedência ( $\alpha$ ) do problema estudado, onde existem algumas incompatibilidades de tarefas ( $inc$ ), especialmente entre modelos que anulam esta restrição. Uma tarefa com incompatibilidade ( $\alpha - inc$ ) significa que uma tarefa precisa ser feita exclusivamente em uma estação, por algumas causas como tamanho de peça e uso de diversas posições no veículo para montagem da peça (BOYSEN et al, 2007). Desta forma, podem existir estações de trabalho que executam tarefas somente de alguns modelos e nestas estações outros modelos podem não ter tarefas a serem executadas.

### 5.3 – Procedimento Computacional

O algoritmo para o modelo de Gokcen e Erel (1998) com as adaptações para esta dissertação foi implementado em programa MATLAB versão 7.6.0 R2008a (MATHWORKS, 2008). Esse programa é eficaz no processamento de modelos matemáticos e é utilizado tanto para fins acadêmicos como comerciais. Foi utilizada rotina BINTPROG para a aplicação da Programação Inteira Binária. O BINTPROG usa programação linear baseada em algoritmo *Branch and Bound* para resolver problemas de programação inteira binária (MATHWORKS, 2008). A Figura 5.1 apresenta o fluxograma do algoritmo desenvolvido, que contém as etapas para a solução do problema de rebalanceamento do estudo de caso em questão.

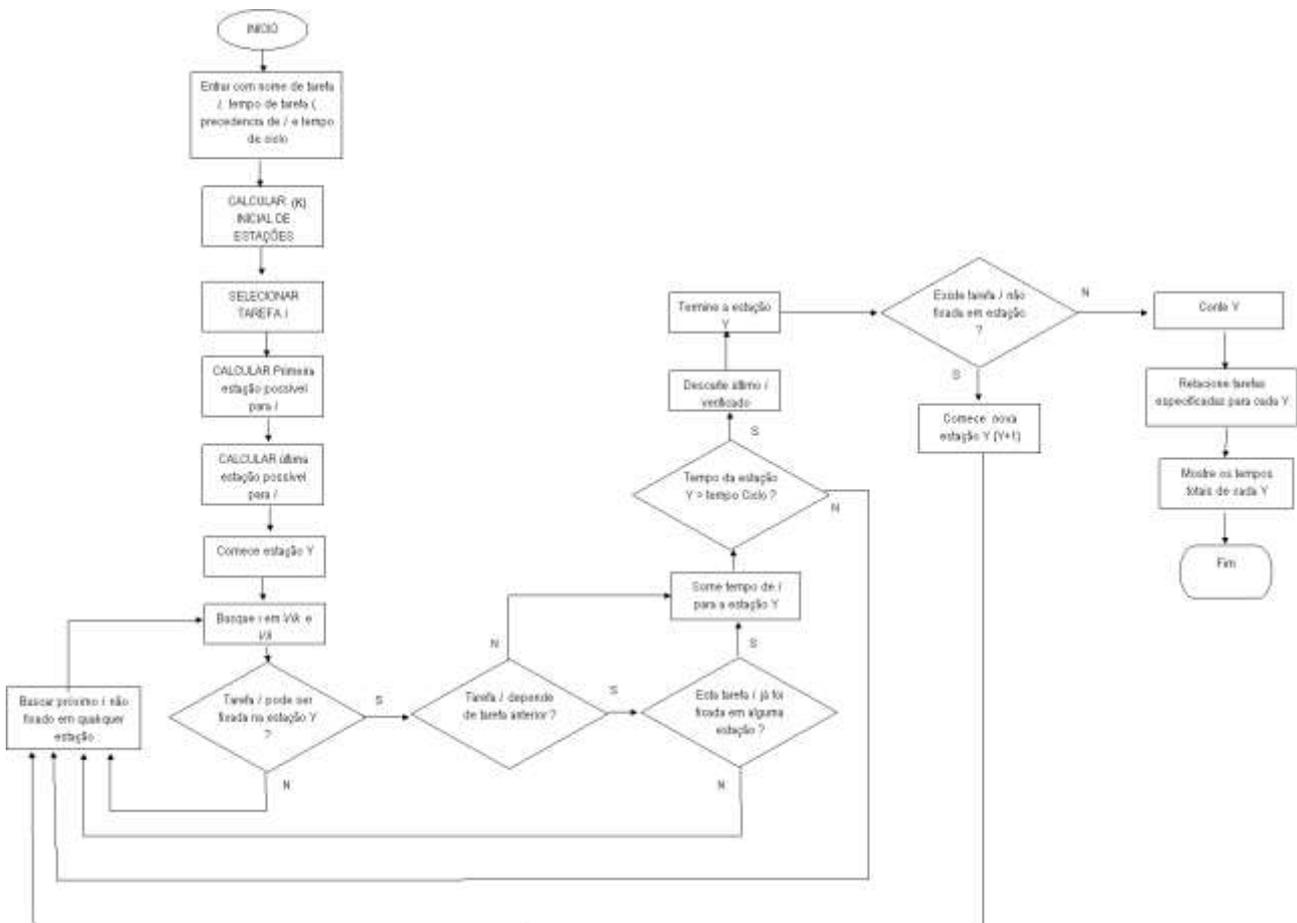


Figura 5.1: Fluxograma para resolução de rebalanceamento do estudo de caso empresa Auto

Os dados utilizados como entradas são os seguintes: i) número de tarefas  $n = 43$ ; ii) tempos de cada tarefa relacionada a cada modelo; iii) tempo de ciclo de cada modelo e iv) precedências das tarefas para cada modelo.

### 5.3.1 Pseudocódigo

A representação do algoritmo segue os passos descritos a seguir:

Seja:

$n$  = número total de tarefas;

$i$  = tarefa;

$i_m$  = tarefa  $i$  do modelo  $m$ ;

$t_{im}$  = tempo de cada tarefa  $i$  do modelo  $m$ ;

$m$  = modelo;

$t_i$  = tempo de cada tarefa  $i$  de todos os modelos  $m$ ;

$c$  = tempo de ciclo da linha;

$C$  = tempo de ciclo da estação;

$K$  = número inicial de estações de trabalho;

$k$  = número de estações de trabalho;

$P$  = matriz de zeros quadrada de  $n$ ;

$D$  = matriz de dependência;

$E_i$  = Estação  $k$  mínima possível para tarefa  $i$ ;

$L_i$  = Estação  $k$  máxima possível para tarefa  $i$ ;

$MT$  = Matriz de possibilidades de fixação de tarefas  $i$  nas estações de trabalho  $K$ ;

$Aeq$  = Matriz da primeira restrição.

$j$  = tarefa  $i$ , quando é par precedente de outra tarefa  $i$ ;  $j > i$ .

#### **Atribuição de valores iniciais:**

Leia  $n$ , modelos  $m$ , tempos das tarefas  $t_{im}$ , tempo de ciclo da linha  $c$  e par precedente  $j$  da tarefa  $i$

#### **Conversão de Problema MALBP para SALBP:**

Determine o tempo de cada tarefa  $i$  por atribuição do maior valor entre os tempos  $t_{im}$  dos modelos  $m$  e armazene o tempo em  $t_i$  para cada tarefa  $i$ .

**Funções auxiliares:**

Construa uma matriz  $P$  contendo as precedências dos pares de tarefas  $i$  e seu precedente  $j$ .

Calcule o número inicial de estações de trabalho  $K$  (Eq. (6))

Construa a matriz de dependência  $D$ , baseada na matriz de precedência  $P$ , atribuindo 0 ou 1.

Determine as estações mínimas possíveis  $E_i$  e depois as estações máximas possíveis  $L_i$  para cada tarefa  $i$  (Eqs. (4-5))

Construa a matriz  $MT$  agrupando as informações de estações mínimas possíveis para cada tarefa  $i$  e estações máximas possíveis para cada tarefa  $i$ .

**Função Principal****Fixação das restrições:**

Fixação da restrição de atribuição (Eq. (7))

Enquanto a tarefa  $i$  for menor ou igual ao total de tarefas  $n$  faça

Repita (para cada estação de trabalho  $k$ )

(z) Atribua 1 para as possibilidades de fixação da tarefa  $i$  na estação de trabalho  $k$ , baseado em  $E_i$  e  $L_i$ , usando a árvore de enumeração.

Gere a matriz da primeira restrição  $A_{eq}$  cruzando todas as possibilidades de fixações de tarefas  $i$  (linhas) versus estações de trabalho  $k$  (colunas)

Fixação da restrição de precedência (Eq.(8))

Enquanto tarefa  $i$  é menor que total de tarefas  $n$  faça

Crie estação de trabalho final  $K$

(w) Para cada tarefa  $i$  da matriz  $A_{eq}$  faça

Busque precedente  $j$  da tarefa  $i$  na Matriz de precedentes  $P$

Se existe par precedente das tarefas  $j$  e  $i$

Se  $j$  puder estar na estação de trabalho  $K$

Fixe  $i$  antes de  $j$  para estação de trabalho  $K$

Atribua 0 para tarefa  $i$  e par precedente  $j$  na Matriz  $A_{eq}$

Senão

Fixe somente tarefa  $i$  na estação de trabalho  $k$ .

Atribua 0 para tarefa  $i$  na matriz  $A_{eq}$

Fim se

Fim se

Some tempos de todas as tarefas  $i$  alocadas na estação de trabalho  $K$  e armazene em  $C$ .

Fixação da restrição de tempo de ciclo

*Se o tempo de ciclo da estação C = tempo de ciclo da linha c*

*Armazene todas as tarefas i alocadas para estação de trabalho K.*

*Crie estação de trabalho K+1*

*Volte para (w)*

*Fim se*

*Se o tempo de ciclo da estação de trabalho C < tempo de ciclo da linha c*

*Volte para (w) para continuar solução parcial para estação de trabalho K*

*Senão*

*Retroceda última tarefa i fixada na estação de trabalho K*

*Apague última tarefa i da estação de trabalho K*

*Volte esta última tarefa i para (z).*

*Vá para (w) e analise próxima tarefa i na matriz Aeq*

*Se todas as tarefas i na Matriz Aeq foram analisadas*

*Armazene todas as tarefas i alocadas para estação de trabalho K.*

*Crie estação de trabalho K+1*

*Volte para (w)*

*Fim se*

*Fim se*

*Se todas as tarefas já foram alocadas (atribuídas)*

*Conte número de estações de trabalho finais K gerados*

*Calcule a carga de trabalho de cada estação de trabalho*

*Fim se*

*Fim*

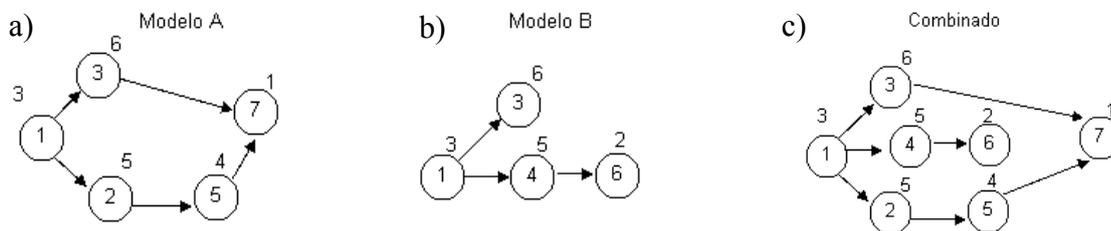
Assim, o programa agrupa as tarefas, conforme restrições e determinação da operação ou estação de trabalho até o limite do tempo de ciclo, minimizando o número de estações de trabalho. Como saída, o programa gera um gráfico com a quantidade de estações de trabalho criadas e quais tarefas serão realizadas em cada operação, como pode ser visto na Seção 5.4.6 resultados.

## 5.4 Rebalanceamento de um Ambiente de Mix de Produtos de Pequeno Porte

Para verificar a viabilidade da técnica de Programação Inteira Binária (PIB) por *Branch and Bound* ao problema de rebalanceamento em ambiente de mix de modelos, ela foi aplicada inicialmente a um problema de pequeno porte, contendo 7 tarefas e 2 modelos. Isto foi realizado devido à complexidade envolvida na aplicação de PIB a um problema de porte maior, como será visto na Seção 5.5. Esta decisão foi importante, pois possibilitou avaliar os resultados preliminares da PIB, o que confirmou a aplicabilidade desta técnica para o problema do estudo de caso em questão.

### 5.4.1 - Descrição do problema:

Em uma fábrica, existem dois modelos de automóveis: A e B. O modelo A possui 5 tarefas e o modelo B, 4. A Fig. 5.2 apresenta os diagramas de precedência das tarefas para a produção: i) do modelo A (Fig.5.2a); do modelo B (Fig.5.2b) e iii) grafo de ambos os modelos, o que consiste no diagrama combinado das tarefas necessárias à produção dos dois modelos (Fig.5.2c). Os números próximos aos nós representam os tempos de execução destas tarefas. O diagrama combinado possui 7 tarefas. O tempo de ciclo de cada estação é de 13 unidades de tempo.



**Figura 5.2 - a) Diagrama de precedência do modelo A; b) Diagrama de precedência do modelo B e c) Diagrama de precedência combinado de A e B**

Legenda:

$K$  = número inicial de estações;

$i$  = tarefa;

$V_{ik} = 1$  se a tarefa  $i$  é fixada para a estação  $K$ , 0 do contrário.

$X_{km} = 1$  se a estação  $K$  é utilizada para o modelo  $m$ , 0 do contrário

$A_k = 1$  se a estação  $K$  é utilizada por todos os modelos, 0 do contrário;

#### 5.4.2 - Cálculo do Número Inicial de Estações de Trabalho

O primeiro passo consiste em calcular o número inicial de estações de trabalho:

Pelo diagrama combinado, o tempo total de processamento é de 26 unidades de tempo, logo:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^i t_{im}}{C_m} + 1 \quad \text{Eq. 11}$$

$$K = (26 / 13) + 1 = 3$$

#### 5.4.3 - Obtenção das Estações de Trabalho Iniciais e Finais

A segunda etapa consiste em encontrar estações iniciais e finais, conforme Gokcen e Erel (1998), página 74.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Estação Inicial} & & \text{Estação Final} \\
 E_{im} = \left[ \frac{t_{im} + \sum_{j \in PR_i} t_{jm}}{C_m} \right]^+ & & L_{im} = K + 1 - \left[ \frac{t_{im} + \sum_{j \in S_i} t_{jm}}{C_m} \right]^+ \quad \text{Eq. 12}
 \end{array}$$

A Tabela 5.1 representa a memória de cálculo das estações de trabalho iniciais e finais para cada modelo. As duas últimas colunas desta tabela mostram as estações de trabalho iniciais e finais possíveis para a execução das tarefas.

**Tabela 5.1: Cálculo para seleção de estações de trabalho iniciais e finais possíveis para cada tarefa.**

Tarefa (i)	Tempo (t <sub>i</sub> )	Tempo modelo A	Tempo modelo B	Precedência (j)	Cálculo Inicial de Estações de Trabalho		Cálculo Final de Estações de Trabalho		Estação Inicial (E <sub>i</sub> )	Estação Final (L <sub>i</sub> )
					Modelo A (E <sub>a</sub> )	Modelo B (E <sub>b</sub> )	Modelo A (L <sub>a</sub> )	Modelo B (L <sub>b</sub> )		
1	3	3	3	-	0,23	0,23	2,54	2,77	1	2
2	5	5	-	1	0,62		3,23		1	3
3	6	6	6	1	0,69	0,69	3,46	3,54	1	3
4	5	-	5	1		0,62		3,46	1	3
5	4	4	-	2	0,92		3,62		1	3
6	2	-	2	4		0,77		3,85	1	3
7	1	1		3, 5	1,46		3,92		2	3
Total	26	19	16							
Ciclo	13									
Número inicial de estações (K)			3							

#### 5.4.4 Fixação de Restrições

Em seguida, parte-se para a fixação de restrições. A primeira restrição é a de atribuição de tarefas, que depende de informações das estações de trabalho iniciais e finais possíveis, Conforme a Eq. 13 (desdobramento da Eq. 4) na página 75, as variáveis das restrições são as seguintes:

$$V_{11} + V_{12} = 1$$

$$V_{21} + V_{22} + V_{23} = 1$$

$$V_{31} + V_{32} + V_{33} = 1$$

Eq. 13

$$V_{41} + V_{42} + V_{43} = 1$$

$$V_{51} + V_{52} + V_{53} = 1$$

$$V_{61} + V_{62} + V_{63} = 1$$

$$V_{72} + V_{73} = 1$$

Foi obtido, portanto, um total de 19 variáveis para a restrição de tarefa.

A quarta etapa consiste em fixar as precedências, conforme Eq. 14 (desdobramento da Eq. 5), sendo estas as seguintes:

$$V_{11} + 2V_{12} - V_{21} - 2V_{22} - 3V_{23} \leq 0$$

$$V_{11} + 2V_{12} - V_{31} - 2V_{32} - 3V_{33} \leq 0$$

$$V_{11} + 2V_{12} - V_{41} - 2V_{42} - 3V_{43} \leq 0$$

$$V_{21} + 2V_{22} + 3V_{23} - V_{51} - 2V_{52} - 3V_{53} \leq 0$$

Eq. 14

$$V_{41} + 2V_{42} + 3V_{43} - V_{61} - 2V_{62} - 3V_{63} \leq 0$$

$$V_{11} + 2V_{12} - V_{72} - 3V_{73} \leq 0$$

$$V_{51} + 2V_{52} + 3V_{53} - 2V_{72} + 3V_{73} \leq 0$$

As restrições de precedência se referem ao diagrama combinado de tarefas necessárias à fabricação dos modelos A e B (Fig. 5.2c).

A quinta etapa, representada pela Eq. 15 (desdobramento da Eq. 6), se destina à restrição do tempo de ciclo, descrita a seguir:

$$\begin{aligned}
 3V_{11} + 5V_{21} + 6V_{31} + 5V_{51} + 2V_{61} &\leq 13 \\
 3V_{12} + 5V_{22} + 6V_{32} + 5V_{52} + 2V_{62} + V_{72} &\leq 13 \\
 5V_{23} + 6V_{33} + 5V_{53} + 2V_{63} + V_{73} &\leq 13
 \end{aligned}$$

Eq. 15

#### 5.4.5. Função Objetivo

E por fim, foi realizada a análise da função objetivo, representada pelas Equações 16-17 (desdobramento das Eqs. 7-8), da seguinte forma:

$$X_{1a} + X_{1b} - 2A_1 = 0$$

Eq. 16

$$X_{2a} + X_{2b} - 2A_2 = 0$$

$$X_{3a} + X_{3b} - 2A_3 = 0$$

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K A_k$$

Eq. 17

$$\text{Min } A_1 + A_2 + A_3$$

Onde  $A_x$  representa a estação formada, baseada em  $K$  (estações iniciais possíveis)

#### 5.4.6. Resultados no Matlab para 7 tarefas

A Figura 5.3 mostra o número de variáveis para a primeira restrição:

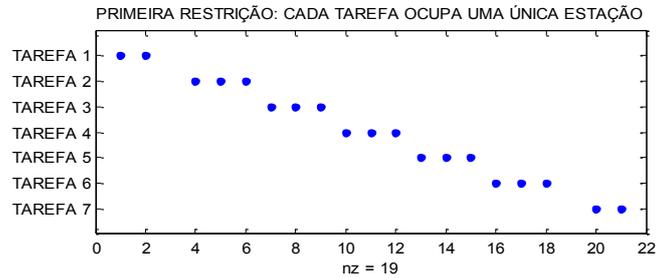


Figura 5.3: Total de 19 variáveis para a primeira restrição

Para este exemplo com 7 tarefas, o modelo utilizado indicou a necessidade de criação de duas estações, mantendo o balanceamento vertical. O gráfico da Figura 5.4 mostra a distribuição das tarefas em cada uma das duas estações obtida pela PIB.

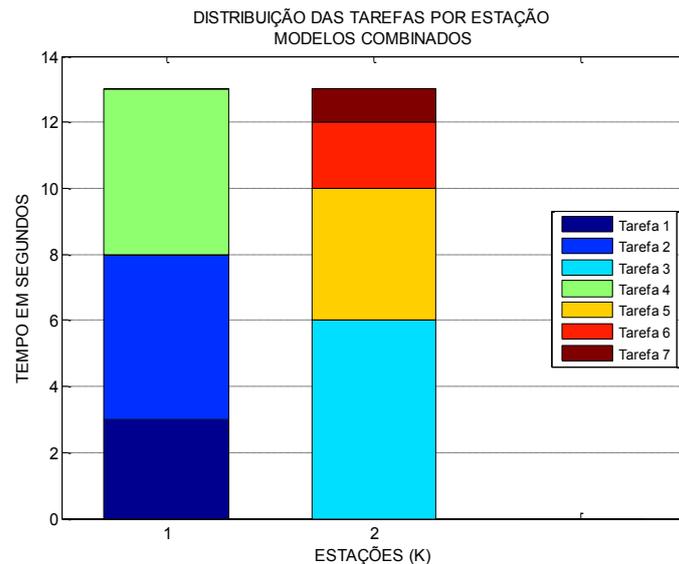


Figura 5.4: Resultado de Estações de Trabalho para 7 tarefas

## 5.5 Rebalanceamento de um Ambiente de Mix de Produtos – Estudo de Caso

O estudo de caso foi realizado numa empresa do segmento automobilístico instalada no nordeste do Brasil, doravante denominada Auto. Esta empresa possui quatro plantas no país, sendo que a planta em estudo tem como atividades principais: desenvolvimento de automóveis, estampagem, montagem de carroceria, pintura e montagem final de peças e acessórios. Atualmente, os automóveis montados são do tipo popular e possuem 2 modelos base. Se todas possibilidades de produtos forem combinadas, como cor, tipo de carroceria, funcionais, motores e conjuntos de tapeçaria, podem existir até 2.952 possibilidades de produtos aos clientes.

Este estudo de caso envolve a etapa de montagem final, que consiste na quarta etapa de fabricação do automóvel e a última antes deste ser enviado para o cliente. Na montagem final, a complexidade aumenta em relação às demais áreas, pois os fatores motor e conjunto de tapeçaria e funcionais são implementados e há a influência do tipo de carroceria. Uma carroceria do tipo *hatch* requer tempo de processamento diferenciado de uma carroceria do tipo *sedan*. A cor é o único fator que não gera mudanças no processo de montagem final do produto na empresa Auto.

A linha de montagem final da planta da empresa Auto é do tipo tradicional, com dois lados e vários locais de montagem, pois os transportadores de unidades em produção permitem o acesso nas diagonais, frente e fundo, além do lado esquerdo e direito.

As unidades em produção recebem número de identificação e são seqüenciadas conforme os pedidos dos clientes. O número de identificação é inserido na Ficha de Especificação de Montagem (FEM). Nesta ficha, estão elencados os seguintes dados do veículo: número de seqüência na linha de montagem, número de identificação, cor, modelo, local de destino, tipo de motor e opcionais. A ordem de produção é função do pedido e da capacidade produtiva da etapa da montagem final.

Nestas condições, os diferentes produtos são misturados na mesma linha, para atendimento de todas as ordens de produção. Por causa do mix de modelos de produtos arbitrariamente seqüenciados na linha de montagem final da empresa Auto é gerada uma complexidade para o processo, tanto na alocação de recursos quanto na capacidade

produtiva. Esta complexidade gera um esforço na tentativa de manter uma homogeneidade nos processos de produção, uma vez que os tempos de processamento passam a ser variáveis para cada modelo. Embora tipicamente todos os modelos sejam variações de uma mesma base de produto, atributos que geram aspectos de customização requerem tempos alternativos e, em alguns casos, dependências distintas de processos (ligação e incompatibilidade de tarefas).

A montagem final na planta da empresa Auto possui 6 grandes áreas, que serão chamadas de linhas A, B, C, D, E e F. A linha A é a linha inicial, que recebe a carroceria pintada. A linha B recebe carros da linha A e tem como principal atividade a montagem do painel de instrumentos e os roteiros de chicotes elétricos. A linha C recebe carros da linha B e dá continuidade aos processos de montagem, especialmente de vidros e revestimentos de interior. A linha D recebe a carroceria da linha C e monta os bancos. As linhas de A a D são conhecidas por Tapeçaria e por montagem de quase 90% dos itens desta categoria. Em seguida à linha D, a unidade em produção muda o tipo de transportador, o qual é transferido para a linha E. Nesta linha, são realizados todos os processos do assoalho inferior da carroceria, além da montagem do motor e pneus. A linha E também é conhecida por mecânica alta e nela ocorre um trecho de paralelismo de linha. Depois, a unidade em produção é transferida para a linha F, conhecida por mecânica baixa. Esta linha é responsável pela complementação das peças do compartimento do motor, assim como roteiros de chicotes elétricos e peças complementares, que por restrição de produto não podem ser montadas nas linhas anteriores. No final da linha F, existem os processos de enchimento de fluidos. Após esse fluxo, o veículo passa por testes no final da linha, para ser entregue ao cliente.

A área escolhida para aplicação do estudo de caso foi a linha F. Como dito anteriormente, esta linha é responsável pela montagem de peças e realização de roteiros no compartimento do motor do carro. A linha F possui estações, divididas em tamanhos iguais. Cada uma destas estações físicas representa o tamanho do produto e serve para indicar o início e fim das estações de trabalho. Atualmente, a linha F conta com mais de 30 estações de trabalho,. Grupo-linha é um agrupamento de operadores que realizam operações em determinado trecho de uma linha.

A linha F trabalha com um sistema de transportadores automáticos. Cada transportador carrega uma unidade em produção e conta com um sistema de movimentação de elevação que possibilita ao operador maior conforto ergonômico para realizar as tarefas.

Os grupos-linha da linha F serão denominados F1, F2 e F3. O grupo-linha F1 fica no início da linha e concentra a montagem de reservatórios, mantas e revestimentos no interior do carro, como também algumas fixações, como a torre do amortecedor. O grupo-linha F2 é o trecho intermediário, onde estão concentrados a realização de roteiros, clipagens, dutos, filtro de ar, baterias e fixação de elementos da bateria, ou seja tarefas essencialmente manuais. O grupo-linha F3 é o final da linha. Neste grupo-linha (F3), são realizadas diversas operações automatizadas onde a intervenção humana é pequena. Nele são realizados todos os enchimentos de fluidos, além de alguns testes preliminares, especialmente para freio e ar condicionado, que são testes de vazamento. O local escolhido para aplicação do estudo de caso foi o grupo-linha F2. Este setor foi o escolhido, pois representa a seção imediatamente anterior ao processo final produtivo da empresa Auto, e tem sido considerado o gargalo da área. Com esta característica, ele pode comprometer a produtividade da empresa em questão.

O grupo-linha F2 conta atualmente com 8 estações de trabalho, com um total de 43 tarefas, levando em conta uma imposição tecnológica que neste caso é a montagem de peças no compartimento do motor – única e exclusivamente. Não há paralelismo de estações de trabalho nesta área.

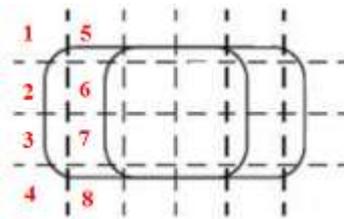
A complexidade de montagem no grupo-linha F2 se deve principal e exclusivamente aos diversos tipos de motores utilizados pela fábrica. Ocorrem mudanças no processamento das tarefas deste grupo, especialmente em três tipos de motores: 1.6 Bicomcombustível, Diesel e 2.0 AT. Na Tabela 5.2 é apresentada a relação motor versus modelo:

**Tabela 5.2: Motores por modelo que geram variação no tempo de processamento grupo-linha F2:**

		Modelos	
		Jau	Kil
Motores	1.6 Bicomcombustível	X	X
	Diesel	-	X
	2.0 AT	-	X

Nos demais tipos de motores, os tempos de processamento das tarefas são similares a uma destas três possibilidades, já que as atividades são parecidas.

No grupo-linha F2, as possibilidades de montagem ocorrem essencialmente na região frontal (compartimento do motor), especificamente na lateral esquerda e dianteira frontais, conforme ilustrado na Figura 5.5, numeradas de 1 a 8:



**Figura 5.5: Locais onde ocorre possibilidade de montagem no grupo-linha F2**

A seguir, na Tabela 5.3, é apresentada a lista de tarefas com seus respectivos tempos, relações de precedência e motores afetados do grupo-linha F2:

**Tabela 5.3: Lista de Tarefas do grupo-linha F2**

#	Lado	Posição	Modelos / Motores Afetados				Tarefa	Precedência	Tempo (s)
			Ja u - 1.6	Kil - 1.6	Kil - Die sel	Kil - AT			
1	LE	Frente	x				Encaixar a grade frontal	-	12
2	LE	Frente	x	x	X	x	Fixar 6 parafusos da grade frontal	1	18,5
3	LE	Frente	x	x	X	x	Montar 1 presilha na saída do radiador e encaixar o cabo do acelerador nas presilha do front end.	-	3,1
4	LD	Frente	x	x	X	x	Torquear o parafuso do front end	-	6,1
5	LD	Frente	x	x	X	x	Montar o vaso hidráulico	-	17,5
6	LD	Frente				x	Colocar o duto do filtro de ar em cima do motor AT	-	4,8
7	LD	Frente	x	x	X	x	Fixar abraçadeira da direção hidráulica	6	7,4
8	LD	Frente		x	X	x	Encaixar o sensor lambda metálico	-	2,1
9	LD	Frente		x	X	x	Colocar o varão do capú	-	10
10	LE	Frente	x	x	X	x	Encaixar as mangueiras do radiador	-	17,8
11	LE	Frente	x	x	X	x	Fixar as mangueiras radiador	10	19,5
12	LE	Frente	x	x	X	x	Fazer o roteiro do sensor lambda	-	12,1

Continuação Tabela 5.3 – Lista de tarefas grupo-linha F2

#	Lado	Posição	Modelos / Motores Afetados				Tarefa	Precedência	Tempo (s)
			Ja u - 1.6	Kil - 1.6	Kil - Die sel	Kil - AT			
13	LE	Frente	x	x	X	x	Colocar presilha mangueira do aquecedor	-	2,1
14	LE	Frente			X		Colocar o duto em cima do motor – <b>Die sel</b>	-	4,3
15	LE	Frente	x	x	X	x	Torquear 4 parafusos do fio terra ( 1º na furação do pára-lama, 2º vem do chicote principal ao conector do max-fusível, 3º terra do câmbio, 4º terra negativo da bateria na furação do pára-lama.	-	27,7
16	LE	Frente	x	x	X	x	Colocar cinta no front end.	-	4,9
17	LE	Frente	x	x	X	x	Colocar presilha na mangueira do radiador	10, 11	3,7
18	LE	Frente			X		Conectar o sensor do duto do diesel – Kil	-	4,3
19	LE	Frente	x	x	X	x	Montar 1 cinta na mangueira do radiador	13, 14	4,9
20	LE	Frente				x	Montar presilha tripla na mangueira do radiador 2.0 AT	13, 14	6
21	LE	Frente	x	x	X	x	Montar o max-fusível	-	19,7
22	LE	Frente	x	x	X	x	Montar cinta cabo do acelerador	7	4,9
23	LE	Frente	x	x	X	x	Obter caixa e 3 parafusos e cinta do max-fusível	-	7
24	LE	Frente	x	x	X	x	Libera os cabos do pólos da bateria	-	9,8
25	LE	Frente	x	x	X	x	Colocar 1 presilha do max fusível	-	3
26	LE	Frente	x	x	X	x	Conectar cinta e chicote do Max	-	5,7
27	LE	Frente	x	x	X	x	Fixar abraçadeira da mangueira do aquecedor	-	8,6
28	LE	Frente	x	x	X	x	Fixar a caixa e posicionar a válvula no pino da caixa bateria	27	12,8
29	LE	Frente	x	x	X	x	Montar bateria	27	30,4
30	LE	Frente	x	x	X	x	Montar travessa da bateria	27, 29	15,7
31	LE	Frente	x	x	X	x	Conectar a cinta no cabo do trambulador	-	4,9
32	LD	Frente		x	X	x	Montar 4 presilhas na manta da churrasqueira – Kil	-	9,1
33	LD	Frente	x	x	X	x	Montar o vaso de expansão conectar as duas mangueira no vaso.	-	17,9
34	LD	Frente	x	x	X	x	Fixar abraçadeira no vaso de expansão	-	13,2
35	LD	Frente				x	Montar o duto do filtro de ar	11	25,5
36	LD	Frente	x	x	X	x	Montar 1 presilha no cabo do acelerador	2	3
37	LD	Frente	x	x	x	x	Montar 2 presilhas que prende a mangueira do vaso de expansão ao filtro de ar.	24	7
38	LD	Frente	x	x	x	x	Clipar o sensor de partida	12	4
39	LD	Frente	x	x			Encaixar e conectar o filtro de ar - Flex 1.6	-	14,4
40	LD	Frente	x	x	x	x	Montar o filtro de ar nos 3 pinos do motor	39	19,8
41	LD	Frente				x	Montar 1 bucha no front end	-	2,8
42	LE	Frente	X	x	x	x	Torquear porca prata e dourada no pólo positivo	-	28,8
43	LE	Frente	X	X	x	x	Torquear 2 porcas na travessa da bateria	42	13,2

### 5.5.1 Resultados no Matlab para 43 tarefas

O algoritmo em Matlab foi aplicado inicialmente a um problema com 7 tarefas, de acordo seção 5.4 e depois num problema envolvendo 43 tarefas. Cada uma das tarefas possui tempos específicos e relações de precedências baseadas em imposições tecnológicas, de *layout*, de qualidade, segurança e/ou ergonomia. Na aplicação inicial, o tempo de ciclo foi de 13 unidades de tempo e na segunda aplicação para o grupo-linha F2 o tempo de ciclo foi de 72 unidades de tempo. Isto significa que cada nova estação de trabalho não deve ter tempo de ciclo superior a estes limites de 13 unidades de tempo (para o exemplo com 7 tarefas) ou 72 unidades de tempo (para o estudo de caso, envolvendo 43 tarefas).

A metodologia PIB-BB (Programação Inteira Binária por *Branch and Bound*) implementada nesta pesquisa apresentou um resultado satisfatório quando comparado com a atual configuração utilizada pela empresa em questão para o rebalanceamento das tarefas do grupo-linha F2. O comparativo dos indicadores medidos é apresentado a seguir (Tabela 5.4):

**Tabela 5.4: Comparativo do Método Atual com a Metodologia PIB-BB**

Indicador	Solução como proposto pela empresa	Solução com Algoritmo PIB-BB	Melhoria com PIB-BB
Carga de Trabalho Média	81,59%	93,25%	Em média 11,66% mais eficiente por estação de trabalho
Tempo para encontrar solução de rebalanceamento	3 dias	0,02 dias	1,98 dias mais rápido para encontrar solução.

A metodologia utilizada atualmente pela empresa baseia-se em observação humana, uso de filmagens e agrupamento de tarefas por tentativas de combinações que poderão dar certo. Embora as precedências sejam utilizadas, são necessárias muitas horas de análise do que pode e que não pode ser combinado. São utilizadas planilhas em Excel para mostrar as soluções.

Com a metodologia PIB-BB implementada, uma busca por solução de rebalanceamento que leva em média 3 dias, cai para um máximo de 30 minutos (entrada de dados, atribuição de precedências e tempo para execução do programa). A empresa poderá ter

muito mais rapidez para encontrar soluções de rebalanceamento.

Quanto ao indicador do número de estações de trabalho, pode-se observar que a solução para o rebalanceamento em termos de alocação de recursos foi 12,5% mais eficiente que a metodologia usada atualmente. Enquanto que a metodologia utilizada na empresa Auto propôs um total de 8 estações de trabalho, o programa chegou a um número de 7 estações de trabalho. A Tabela 5.5 a seguir mostra os resultados sugeridos pelo programa. Nesta tabela, estão associadas as tarefas alocadas nas estações e o tempo de processamento da estação.

**Tabela 5.5: Realização do Balanceamento – Saída da Metodologia PIB-BB implementada.**

Estação	Tarefas	Tempo Total de Processamento (segundos)
1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	71,5
2	9, 10, 11, 12, 13, 14, 16	70,7
3	15, 17, 18, 19, 20, 21, 22	71,2
4	23, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 32, 36, 37	70,9
5	29, 30, 33, 38, 41	70,8
6	34, 35, 39	53,1
7	40, 42, 43	61,8

Para o indicador de carga de trabalho, os resultados também se mostraram representativos. A metodologia utilizada pela empresa Auto indica uma carga de trabalho de 81,59%, que representa uma ineficiência produtiva de 18,40%. A metodologia PIB-BB implementada apresentou uma carga de trabalho de 93,25%, reduzindo a ineficiência produtiva para 6,75%, pela otimização das estações de trabalho.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem utilizada nesta dissertação aplicou o algoritmo *Branch and Bound* por Programação Inteira Binária (PIB), para a resolução do problema de rebalanceamento de linhas de montagem em um ambiente de mix de modelos de produtos.

Inicialmente, o algoritmo desenvolvido foi aplicado a um ambiente de pequeno porte, contendo 7 tarefas, partindo de soluções iniciais já existentes na empresa em questão. Os resultados para este modelo foram bons, melhorando o nível de carga de trabalho e minimizando as estações de trabalho, comparados com a solução já utilizada na empresa. A abordagem também foi aplicada, aumentando a complexidade do problema foi aumentada, pela aplicação do algoritmo a um ambiente com 43 tarefas. Os resultados foram satisfatórios, já que ocorreu otimização dos recursos pela eficiência no número de estações de trabalho e carga de trabalho, além de diminuição significativa do tempo para obtenção da solução comparada à metodologia utilizada na empresa.

Para contextualizar a pesquisa aqui desenvolvida diante daquelas existentes na literatura, realizou-se um comparativo das pesquisas ocorridas nos últimos anos sobre a aplicação de técnicas de Programação Inteira Binária aos problemas de balanceamento e rebalanceamento de linhas de montagem (Tabela 6.1).

Nesta tabela, é possível comparar o problema por notação, origem, segmento do estudo de caso (se aplicável), objetivo geral, foco do estudo, número de tarefas e resultados. Para efeito de análise comparativa, as três primeiras pesquisas (incluindo esta) foram consideradas, porque o foco do estudo é similar. Este está relacionado com a determinação da solução de balanceamento para um estudo de caso específico.

A tabela 6.1 pode ser vista na página 86.

**Tabela 6.1: Comparação com outras pesquisas sobre balanceamento de linha onde houve aplicação da técnica de Programação Inteira Binária:**

Pesquisa:	Notação do Problema: [Diagrama de Precedência  Layout   Objetivo]	Problema original de / Segmento	Objetivo Geral / Foco do Estudo	N. de Tarefas	Resultados
Oliveira, 2010 (esta pesquisa)	[mix, link, inc     m, SSL <sup>line</sup> ]	Rebalanceamento / Automotivo	Dado um ciclo, minimizar número de estações (MALBP-1) / Determinar uma solução de balanceamento de 1 sublinha ou grupo	7 e 43	Taxa de Saturação Média / Redução de estação 7 tarefas: (100% / 1 estação); 43 tarefas: (93,25% / 1 estação).
Corominas e Pastor (2008)	[link, inc, type, max   m, SSL <sup>line</sup> ]	Rebalanceamento / Motocicletas	Dado um ciclo, minimizar número de estações (MALBP-1) / Determinar uma solução de balanceamento de 1 sublinha ou grupo	103	Taxa de saturação média de 91,72%. Redução de 2 estações
Fernandes et al (2008)	[type     m ]	Rebalanceamento / Eletrodomésticos	Minimizar número de estações para um dado ciclo (SALBP-1). Determinar uma solução de balanceamento de 4 sublinhas ou grupo	Sublinha 1: 20 Sublinha 2: 21 Sublinha 3: 32 Sublinha 4: 31	Taxa de Saturação Média / Redução de estação Sublinha 1: (92,3% / 1 estação); Sublinha 2: (78,24% / Sem redução de estação (0)); Sublinha 3: (93,6% / 1 estação). Sublinha 4: (92,6% / 3 estações).
Gokcen e Erel, (1998)	[mix, link     m, Score]	Balanceamento / NA	Dado um ciclo, minimizar número de estações (MALBP-1) / Testar computacionalmente soluções	9 até 56	Soluções viáveis até 45 tarefas
Fernandes e Dalalio (2000)	[   div, p <sup>work</sup> , res <sup>max</sup>   E ]	Rebalanceamento / NA	Maximizar a taxa de produção minimizando o número de estações. (SALBP-E) / Testar computacionalmente soluções.	7 até 111	Soluções de com tarefas de pequeno porte (7-11 tarefas) com 97,2% de êxito. Soluções de grande porte (acima de 45 tarefas) com 83% de êxito

NA – Não se aplica

As duas últimas pesquisas da tabela, realizadas por Gokcen e Erel (1998) e Fernandes e Dalalio (2000), tiveram como foco a análise de soluções computacionais. Neste sentido, os indicadores medidos são distintos entre as três primeiras e as duas últimas pesquisas da tabela. Na análise das três pesquisas, a primeira diferença é a tipologia do diagrama de precedência e características da linha de montagem. Enquanto esta pesquisa foca em mix de modelos de produtos, as outras pesquisas englobam linhas simples e multimodelos (produção em lote). Além disto, as características do diagrama de precedência – tarefas e *layout*, são distintas, como é visto na coluna notação.

A similaridade entre as três pesquisas ocorre com relação ao tipo de problema – rebalanceamento e também dos objetivos. Embora os objetivos sejam os mesmos, as características de precedência, layout e ambiente são distintos entre as pesquisas. Na literatura, não foram encontradas pesquisas com ambientes exatamente iguais ao deste estudo de caso com relação às características da linha de montagem.

## 6.1 Conclusões

Esta dissertação teve como objetivo principal a apresentação de uma sistemática para tomada de decisão no problema de rebalanceamento em linhas de montagem em um ambiente de mix de modelos de produtos. Isto foi realizado por meio de um estudo de caso da empresa Auto, pertencente ao setor automobilístico.

A revisão da literatura sobre o tema de balanceamento e rebalanceamento de linha de montagem em ambiente de mix de produtos permitiu encontrar um modelo para aplicação ao estudo de caso aqui realizado. Dentro deste contexto, foi escolhido o procedimento de Gokcen e Erel (1998), os quais trabalharam na solução do problema de balanceamento de linhas de montagem em um ambiente de mix de modelos de produtos para aplicação ao presente estudo de caso. Este procedimento foi escolhido por apresentar semelhanças com esta pesquisa, com relação ao tipo de ambiente considerado.

Foi realizada, então, a aplicação do algoritmo *Branch and Bound*, para o método de Programação Inteira Binária, ao problema de rebalanceamento de linhas de montagem em um ambiente de mix de modelos de produtos. O algoritmo desenvolvido constituiu uma adaptação do modelo de Gokcen e Erel (1998).

A sistemática proposta nesta dissertação foi ilustrada através de um estudo de caso da empresa Auto, do ramo automobilístico. O algoritmo desenvolvido foi implementado em MATLAB, versão 7.6.0 (R2008a), tendo sido aplicado inicialmente a um ambiente de pequeno porte, contendo 7 tarefas. Posteriormente, o algoritmo foi aplicado a um ambiente de médio porte da empresa Auto, contendo 43 tarefas.

Nos dois ambientes considerados, o objetivo foi encontrar o menor número de estações de trabalho possíveis e o nível de carga de trabalho para uma eficiência máxima factível, de forma otimizada e produtiva.

O modelo utilizado mostrou-se aplicável ao problema estudado, para as duas situações consideradas (pequeno e médio porte). Isto se deve ao fato de que ele apresentou resultados satisfatórios, pois, de acordo com os indicadores da empresa Auto analisados, ocorreu otimização dos recursos, do tempo e do custo. Embora esta solução não tenha sido ainda aplicada na empresa em questão, existem evidências, pelos indicadores

medidos, que poderá ocorrer melhoria na produtividade caso este método passe a ser adotado. Com a sistematização da tomada de decisão sobre o problema de rebalanceamento de linha de montagem, menos tempo e recursos dedicados a esta atividade são necessários. Esta pesquisa foi muito construtiva, pois pôde abrir um espaço técnico-científico no campo de balanceamento e rebalanceamento de linha que até então nunca tinha sido explorado com esta abordagem na localidade da empresa em questão. É possível ainda explorar diversas características e tipologias de problemas de rebalanceamento de linhas no algoritmo proposto, pois este é um campo que apresenta diversas situações e, conseqüentemente, diversos graus de complexidade. A metodologia de Programação Inteira Binária por algoritmo *Branch and Bound*, pela característica de enumeração implícita, permite uma redução no número de variáveis analisadas, o que torna rápida a busca e obtenção de uma solução. Este trabalho pode ter impacto econômico relevante, pois a empresa em questão pode torna-se mais produtiva pela redução de custos com recursos produtivos envolvidos na realização do rebalanceamento de sua linha de montagem.

## **6.2 Contribuições**

A contextualização do problema de rebalanceamento de linha de montagem em ambientes de mix de modelos de produtos e a sistematização para a tomada de decisão do problema de realanceamento foram contribuições desta pesquisa. Não foi encontrado na literatura pesquisada um problema de rebalanceamento de linha para um ambiente de mix de modelos onde as características do diagrama de precedência, combinado ao layout e de ambiente de montagem final sejam iguais aos da empresa considerada neste estudo de caso. A aplicação do programa desenvolvido para a empresa do estudo de caso é uma alternativa prática e rápida para encontrar soluções de rebalanceamento e permite realizar tomadas de decisão mais rapidamente, quando comparada à configuração atual da empresa Auto.

### **6.3 Atividades Futuras de Pesquisa**

Como atividades futuras decorrentes desta pesquisa, propõe-se a exploração do problema de rebalanceamento de linhas de montagem em um ambiente de mix de modelos de produtos aumentando o número de tarefas e incluindo novas restrições de layout. O objetivo é verificar o comportamento do modelo desenvolvido sob diferentes graus de complexidade do problema.

## REFERÊNCIAS

AGPAK, Kursad; GOKCEN, Hadi. **A chance-constrained approach to stochastic line balancing problem**. European Journal of Operational Research, n. 180, págs. 1098–1115, 2007.

AMEN, Matthias. **Cost-oriented assembly line balancing: Model formulations, solution difficulty, upper and lower bounds**. European Journal of Operational Research, n. 168, págs 747–770, 2006.

BARTHOLDI, JJ. **Balancing two-sided assembly lines: a case study**. International Journal of Production Research. N. 31, págs 2447–2461, 1993.

BATTINI, D; FACCIO, M.; PERSONA, A.; SGARBOSSA, F. **Balancing-sequencing procedure for a mixed model assembly system in case of finite buffer capacity**. Springer, 2008.

BAUTISTA, J.; PEREIRA, J. **A dynamic programming based heuristic for the assembly line balancing problem**. European Journal of Operational Research - Production, Manufacturing and Logistics. N. 194 pags. 787–794. 2009.

BAUTISTA, Joaquín; PEREIRA, Jordi. **Ant algorithms for a time and space constrained assembly line balancing problem**. European Journal of Operational Research, N. 177, págs 2016–2032, 2007.

BAYKASOGLU, Adil; DERELI, Türkey. **Two-sided assembly line balancing using an ant-colony based heuristic**. International Journal Advanced Manufacturing Technologic, Springer-Verlag London Limited. 2008

BECKER, Christian; SCHOLL, Armin. **A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing**. European Journal of Operational Research, n. 168 págs 694–715, 2006.

BECKER, Christian; SCHOLL, Armin. **Balancing assembly lines with variable parallel workplaces: Problem definition and effective solution procedure**. European Journal of Operational Research. 2009

BOAVENTURA, Edivaldo M. **Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, 2004.

BOYSEN, N.; FLIEDNER, M.; SCHOLL, A. **Assembly line balancing: Joint precedence graphs under high product variety**. IIE Transactions n. 41, págs 183-193. 2009.

BOYSEN, Nils; FLIEDNER, Malte. **A versatile algorithm for assembly line balancing**. European Journal of Operational Research, n.184 págs 39–56, 2008.

BOYSEN, Nils; FLIEDNER, Malte; SCHOLL, Armin. **Assembly line balancing: Which model to use when?** International Journal Production Economics, n. 111 págs 509–528, 2008.

BOYSEN, Nils; FLIEDNER, Malte; SCHOLL, Armin. **A classification of assembly line balancing problems**. European Journal of Operational Research, n.183 págs 674–693, 2007.

BUKCHIN, Yossi; RABINOWITCH, Ithai. **A Branch and Bound based solution approach for the mixed-model assembly line-balancing problem for minimizing stations and task duplication costs**. European Journal of Operational Research n. 174, págs. 492–508, 2006.

CARRAVILA, Maria. **Programação Inteira Resolução por Branch and Bound. Transparências de apoio à leccionação de aulas teóricas**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Portugal, 2009.

CHIAVENATO, I. **Introdução à Teoria Geral da Administração**. 4. ed., São Paulo, Makron Books: 1993.

CHINNECK, J. **Practical Optimization: A gentle introduction**. Chapter 12: Integer/Discrete Programming via Branch and Bound. Disponível em: [www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po.html](http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po.html). 2003

CHINNECK, J. **Practical Optimization: A gentle introduction**. Chapter 13: Binary and Mixed-Integer Programming. Disponível em: [www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po.html](http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po.html). 2004

COROMINAS, Albert; PASTOR, Rafael; PLANS, Joan. **Balancing assembly line with skilled and unskilled workers**. Omega, n. 36 pags. 1126 – 1132, 2008.

DINIZ, Milena. **Um modelo de apoio à tomada de decisão para solução do problema de balanceamento de linha de montagem: estudo de caso em uma manufatura eletrônica**. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção. Belo Horizonte, UFMG. 2005.

FALKENAUER, E., 2005. **Line Balancing in the real world**. Proceedings of the International Conference on Product Lifecycle Management, PLM 05, Lumiere University of Lyon, France, 2005.

FERNANDES, F. C. F.; GODINHO FILHO, M.; CUTIGI, R. A.; GUIGUET, A. M. **O uso da programação inteira 0-1 para o balanceamento montagem: modelagem, estudos de caso e avaliação**. Produção, v. 18, n. 2, p. 210-221, 2008

FERNANDES, Flávio C. F.; DALALIO, Andréia. **Balanceamento e rebalanceamento de linhas de montagem operadas por grupos de trabalho autogerenciados**. GESTÃO & PRODUÇÃO v.7, n.3, p.378-398, dez. 2000

GERHARDT, Melissa P.; FOGLIATTO, Flávio; CORTIMIGLIA, Marcelo. **Metodologia para o balanceamento de linhas de montagem multimodelo em ambientes de customização em massa**. Revista Gestão da Produção. São Carlos, v. 14, n. 2, p. 267-279, 2007.

GHOSH, S.; GAGNON, R.J. **A comprehensive literature review and analysis of the design, balancing and scheduling of assembly systems**. International Journal of Production Research, n. 27, p. 637-670, 1989.

GOMORY, R.E. **An algorithm for the mixed integer problem**. Rand Report, July 1960.

GOKCEN, Hadi. EREL, Erdal. **Binary Integer Formulation for mixed-model assembly line balancing problem**. Computers and industrial engineering. Vol. 34, n. 2, pag. 451-465. 1998.

GOKCEN, Hadi; AGPAK, Kursad. BENZER, Recep. **Balancing of parallel assembly lines**. International Journal Production Economics, n. 103 págs 600–609, 2007.

HILLIER, F.S., LIEBERMAN, G.J. **Introduction to operations research**. 6<sup>a</sup> ed. International Editions, London: McGraw-Hill. 1995

JONG, Rogier. **DESING MIXED-MODEL ASSEMBLY LINES: A LITERATURE REVIEW**. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção e Logística. Delf University of Technology, Holanda. 2009

KABIR, Alamgir; TABUCANON, Mario. **Batch-model assembly line balancing: A multiattribute decision making approach**. International Journal Production Economics, n. 41, págs 193-201, 1995

KARABATI, Selcuk; SAYIN, Serpil. **Assembly line balancing in a mixed-model sequencing environment with synchronous transfers**. European Journal of Operational Research, n. 149, págs 417–429, 2003

KAWAMURA, Márcio. **Aplicação do Método Branch-and-Bound na programação de tarefas em uma única máquina com data de entrega comum sob penalidades de adiantamento e atraso**. Dissertação de Mestrado de Engenharia. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006, 71 p.

KHAN, Asar; DAY, Andrew. **A Knowledge Based Design Methodology for manufacturing assembly lines**. Computers & industrial engineering, n. 41, págs 441-467, 2002

KRIENGGORAKOT, N; PIANTHONG, N. **The assembly line balancing problem: Review articles**. KKU Engineering Journal Vol. 34 N .2 p. 133 – 140. 2007

LAND, A.H.; DOIG, A. **An automatic method of solving discrete programming problems** *Econometria*. Vol. 28. July 1960, pag. 497-520

LONGO, Humberto. **Aplicação de A-Teams ao problema de recobrimento de um conjunto**. Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação. UNICAMP. Campinas-SP. 1995. 88 p.

MAGNOLI, Demetrio. **História das Guerras**. São Paulo. Editora Contexto, 2006, 480 p. Disponível em <http://www.egn.mar.mil.br/arquivos/revistaEgn/junho2008/RESENHA%20DO%20LIVRO>. Pdf

MCMULLEN, Patrick R; TARASEWICH, Peter. **Using ant techniques to solve the assembly line balancing problem**. *IIE Transactions*, n. 35, págs 605–617, 2003

MENDES, Ana R; RAMOS, Ana; SIMARIA, Ana S; VILARINHO, Pedro M. **Combining heuristic procedures and simulation models for balancing a PC camera assembly line**. *Computers & Industrial Engineering*, n. 49, págs 413–431, 2005

NITA, Dorina. **Considerations Regarding the Evolution of Production Systems in Engineering**. Anais da Universidade de Petrosani. Romenia. 2006

ÖZCAN, U., TOKLU, B. **Balancing of mixed-model two-sided assembly lines**. *Computers & Industrial Engineering*, 2009.

QIU-GAO, Sun. **Mixed Model assembly line balancing based on PSO-SA alternate algorithm**. International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation / IEEE. 2010

RAO, Nageswara. **Single and Mixed-model assembly line balancing methods for both deterministic and normally distributed work element times**. *Integer Programming*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Industrial. Oregon State University. 1971.

RAO, S.S. **Optimization theory and applications**. Chapter 10.4: Balas Algorithm for zero-one programming problems. John Wiley & Sons Inc. 1978.

REKIEK, Brahim; DOIGUI, Alexandre; DELCHAMBRE, Alain; BRATCU, Antoneta. **State of art of optimization methods for assembly line design**. *Annual Reviews in Control*, n. 26 págs 163-174, 2002

REKIEK, Brahim. **Assembly line design: the balancing of mixed-model hybrid assembly lines with genetic algorithms**. Series in advanced manufacturing. Springer. 2006

SCHOLL, Armin; BECKER, Christian. **State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing**. *European Journal of Operational Research*, n. 168, págs. 666–693, 2006.

SILVA, Edna L; MENEZES, Estera M. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**. 3ª Ed. Florianópolis. 2001

SILVA JUNIOR, O.; MIRANDA JUNIOR, G.; CONCEIÇÃO, SAMUEL. **Reconfiguração Dinâmica de Linhas de Montagem**. Revista Pesquisa Operacional, v. 30, n. 1, p. 237-258. 2010

SIMARIA, A. S; VILARINHO, P. M. **2-ANTBAL: An ant colony optimization algorithm for balancing two-sided assembly lines**. Computers & Industrial Engineering, 2007

SIMARIA, Ana Sofia; VILARINHO, Pedro M. **A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II**. Computers & Industrial Engineering, n. 47, págs. 391–407, 2004

SLACK, N; CHAMBERS, S; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. Ed. Atlas, São Paulo, 2001.

SOARES, Ricardo. **Otimização de Layouts Industriais Utilizando Heurística SDPI no treinamento de Redes Neurais MLP**. Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática Computacional. CEFET-MG. Belo Horizonte, 2006. 92 p.

SOUZA, Mariella; YAMADA, Mamoru; PORTO, Arthur; FILHO, Eduardo. **Análise da alocação de mão-de-obra em linhas de multimodelos de produtos com demanda variável através do uso da simulação: um estudo de caso**. Revista Produção v. 13, n. 3, 2003.

SZEZERBICKI, A.S.; PILATTI, L.A.; KOVALESKI, J.L. **Henry Ford: a Visão Inovadora de um Homem do Início do Século XX**. Publicação da UEPG, v. 12, p. 105-110, 2004.

TAMBE, Pravin Y. **Balancing mixed-model assembly line to reduce work overload in a multi-level production system**. Dissertação de Mestrado. Universidade de Luisiana, 2006.

## ANEXOS

## Anexo A

**Tabela A.1: Esquema para classificação de problemas de balanceamento de linha considerando  $\alpha$ , que representa as características dos diagramas de precedência**

Tipos de $\alpha$	Valores de $\alpha$	Explicação sobre o valor de $\alpha$
$\alpha_1$ : Precedência da especificação do produto	$\alpha_1 = \text{mix}$	Modelos misturados
	$\alpha_1 = \text{multi}$	Multimodelos ou lotes de modelos
	$\alpha_1 = 0$	Único modelo
$\alpha_2$ : Estrutura do gráfico de precedência	$\alpha_2 = \text{spec}$	Restrição para um diagrama especial de precedência.
	$\alpha_2 = 0$	Diagrama de precedência padrão
$\alpha_3$ : Tempos de Processamento	$\alpha_3 = t^{\text{sto}}$	Estocásticos
	$\alpha_3 = t^{\text{do}}$	Dinâmico
	$\alpha_3 = 0$	Estáticos e determinísticos
$\alpha_4$ : Incremento no tempo de tarefas por dependência de sequência	$\alpha_4 = \Delta t_{\text{dir}}$	Sucessão direta de tarefas (ex. troca ferramenta)
	$\alpha_4 = \Delta t_{\text{indir}}$	Sucessão indireta de tarefas
	$\alpha_4 = 0$	Incremento de tempo por dependência de sequência não considerada
$\alpha_5$ : Restrições de Tarefas	$\alpha_5 = \text{link}$	Tarefas ligadas que podem ser fixadas na mesma estação
	$\alpha_5 = \text{inc}$	Tarefas incompatíveis não podem estar combinadas na estação
	$\alpha_5 = \text{cum}$	Restrições cumulativas de fixação de tarefas-estações
	$\alpha_5 = \text{fix}$	Tarefas que só podem ser fixadas para determinadas estações
	$\alpha_5 = \text{excl}$	Tarefas que não podem ser fixadas para determinadas estações
	$\alpha_5 = \text{type}$	Tarefas são fixadas para certos tipos de estações
	$\alpha_5 = \text{min}$	Distâncias mínimas entre as estações devem ser observadas
	$\alpha_5 = \text{Max}$	Distâncias máximas entre as estações devem ser observadas
	$\alpha_5 = 0$	Restrições de tarefas não são consideradas.
$\alpha_6$ : Processamento Alternativo	$\alpha_6 = pa^\lambda$	$\lambda = 0$ : Tempos de processamento e custos são alterados
		$\lambda = \text{prec}$ : Restrições de precedência são alteradas adicionalmente
		$\lambda = \text{subgraph}$ : Subconjuntos podem ser alterados e modificados
	$\alpha_6 = 0$	Processamentos alternativos não são considerados

**Tabela A.2: Esquema para classificação de problemas de balanceamento de linha considerando  $\beta$ , que representa as características das estações e das linhas**

Tipos de $\beta$	Valores de $\beta$		Explicação sobre o $\beta$
$\beta_1$ : Movimento das unidades produtivas	$\beta_1 = o\lambda u$ : linha com passo constante	$\lambda = o$	Média do Conteúdo de trabalho restrito ao tempo de ciclo
		$\lambda = each$	Cada modelo deve ter o tempo de ciclo cheio.
		$\lambda = prob$	a restrição do tempo de ciclo obedece a determinada probabilidade.
		$u = o$	Tempo de Ciclo global e único.
		$u = div$	tempos de ciclo local divergem entre estações ou modelos.
	$\beta_1 = unpac^A$ : Linha com descompasso no ciclo	$\lambda = o$ :	Linha assíncrona
		$\lambda = syn$	Linha síncrona
$\beta_2$ : Layout da Linha	$\beta_2 = o$	-	Linha serial
	$\beta_2 = u^A$ : linha com formato de U	$\lambda = o$ :	Linha com um único U
		$\lambda = n$ :	Linha com múltiplos Us.
$\beta_3$ : Paralelização	$\beta_3 = pline^A$	$\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$	Linhas paralelas $\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$ : Nível máximo de paralelização; $o=irrestrito$
	$\beta_3 = pstat^A$	$\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$	Estações paralelas $\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$ : Nível máximo de paralelização; $o=irrestrito$
	$\beta_3 = ptask^A$	$\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$	Tarefas paralelas $\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$ : Nível máximo de paralelização; $o=irrestrito$
	$\beta_3 = pwork^A$	$\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$	Lugares de trabalho paralelos com a estação $\lambda \in \{0,2,3,\dots\}$ : Nível máximo de paralelização; $o=irrestrito$
	$\beta_3 = o$	-	Nenhum tipo de paralelização é considerada
$\beta_4$ : Atribuição de Recursos	$\beta_4 = equip$	-	Problema de Seleção de equipamento ligado ao problema de balanceamento de linhas
	$\beta_4 = res^A$ : Problema de design de equipamento	$\lambda = 01$	Se duas tarefas compartilham um recurso, custos com investimentos são reduzidos para uma estação
		$\lambda = o$	Outro tipo de sinergia e/ou dependência
		$\lambda = Max$	Mudanças de tarefas define a necessidade de nível de qualificação de um recurso.
$\beta_4 = o$	-	Recursos não são considerados explicitamente, mas podem influenciar nas decisões de balanceamento, como fixação de restrições.	
$\beta_5$ : Incremento de tempo por dependência de estação	$\beta_5 = \Delta t_{unp}$	-	Atividades não produtivas são consideradas na estação
	$\beta_5 = o$	-	Incremento de tempo por dependência de estação não é considerada.
$\beta_6$ : Aspectos adicionais de configuração	$\beta_6 = buffer$	-	Buffers são alocados e dimensionados
	$\beta_6 = feeder$	-	Linhas de alimentação são balanceados simultaneamente
	$\beta_6 = mat$	-	Caixas de material necessitam ser posicionadas e dimensionadas
	$\beta_6 = change$	-	Maquinas para mudanças de posição de peças produtivas são requeridos
	$\beta_6 = o$	-	Aspectos adicionais de configuração de linha não são necessárias

Fonte: Boysen, Fliedner e Scholl (2008)

**Tabela A.3: Esquema para classificação de problemas de balanceamento de linha considerando  $\gamma$ , que representa os objetivos**

Tipos de $\gamma$	Explicação sobre o $\gamma$
$\gamma = m$	Minimizar o número de estações $m$
$\gamma = c$	Minimizar o tempo de ciclo $c$
$\gamma = E$	Maximizar a eficiência da linha $E$
$\gamma = Co$	Minimizar custos
$\gamma = Pr$	Maximização do lucro
$\gamma = SSL^A$ : Tempos das estações devem ser suavizados (equilibrados)	$\lambda = stat$ - na estação (balanceamento horizontal)
	$\lambda = line$ - na linha, entre estações (balanceamento vertical)
$\gamma = score$	Minimizar ou maximizar alguma composição de atributos, como aspectos de gargalos e indicadores de eficiência.
$\gamma = o$	Somente soluções viáveis são pesquisadas.

Fonte: Boysen, Fliedner e Scholl (2008)

**Tabela A.4: Representação da Notação Tri-upla para problema do tipo simples (SALBP)**

Tipo de problema SALBP	Notação [ $\alpha$   $\beta$   $\gamma$ ] para o problema	Características dos diagramas de precedência ( $\alpha$ )	Características das estações e das linhas ( $\beta$ )	Objetivos ( $\gamma$ )
<b>SALBP-F</b>	[     ]	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6 = 0$ . Conforme tabela 2: Único modelo; diagrama de Precedência Padrão; tempos de processamento são estáticos e determinísticos;	$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6 = 0$ . Conforme Tabela 3: linha com passo constante, com média de conteúdo restrito ao tempo de ciclo e tempo de ciclo global e único; Linha serial; Nenhum tipo de paralelização é considerada; Recursos não são considerados explicitamente; incremento de tempo por dependência de estação não é considerada; Aspectos adicionais de configuração de linha não são necessárias	$\gamma = o$ : Somente soluções viáveis são pesquisadas
<b>SALBP-1</b>	[     m ]	Incremento de tempo por dependência de seqüência não considerada; Restrições de tarefas não são consideradas;		$\gamma = m$ : Minimizar o número de estações $m$
<b>SALBP-2</b>	[     c ]	Processamentos alternativos não são considerados		$\gamma = c$ : Minimizar o tempo de ciclo $c$
<b>SALBP-E</b>	[     E ]			$\gamma = E$ : Maximizar a eficiência da linha $E$

## Anexo B

### Pseudocódigo Detalhado do Matlab

As entradas de dados são: i) número de tarefas ( $n$ ); ii) tempos de cada tarefa de modelos A e B; iii) tempo de ciclo e iv) precedências. Os dados abaixo representam os valores da aplicação do modelo com menor número de tarefas, citada no item 6.2.

Para o estudo,  $n = 7$ , e os tempos de cada uma das sete tarefas para a fabricação do modelo A são iguais a 3, 5, 6, 0, 4, 0 e 1s. Os tempos das sete tarefas para a fabricação do modelo B são iguais a 3, 0, 6, 5, 0, 2, 0s. O tempo de ciclo considerado foi igual a 13 unidades de tempo.

Passo 1: Atribuição de valores iniciais. Leia número de tarefas total, tempos de cada tarefa dos modelos A e B, tempo de ciclo da estação;

Passo 2: Calcule o tempo de cada tarefa por atribuição do maior valor entre os dois modelos (A e B).

TEMPO\_TAREFA = Máximo (TEMPO dos MODELOS\_A\_e\_B)

Passo 3: Crie uma matriz de zeros quadrada baseada no número de estações total. Nesta matriz, serão armazenadas as informações de precedência entre as tarefas.

PRECEDÊNCIA=Matriz quadrada de zeros de tamanho  $n$ ;

Passo 4: Atribua as precedências dos pares de tarefas. Para isto, é necessária a construção dos pares possíveis e entrada de atribuição de dependência (sim = 1) ou (não = 0). Como a Matriz de Precedência é triangular, os valores abaixo da diagonal serão todos iguais a zero.

Para variável  $d$ , cujo valor mínimo é 1 e o máximo é igual ao número de estações total  $n$ , repita

Para variável  $e$  de 1 até número de estações total  $n$  repita

Caso a variável  $d$  seja

= e: Então Matriz PRECEDENCIA linha d, coluna e ← 0

> e: Então Matriz PRECEDENCIA linha d, coluna e ← 0

< e: Imprima (“O par” e, d “é precedente? 1 – Sim 0 – Não”)

Leia R ← (1 ou 0)Então Matriz PRECEDENCIA linha d, coluna e ← R

Fim\_caso

Fim\_para

Fim\_para

Passo 5: Calcular o número inicial de estações.

$K$  (número inicial de estações) ←  $1 + (\text{soma dos tempos das tarefas}) / \text{tempo de ciclo}$ ;

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	1	1	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0

Figura B.1: Matriz Precedência

Iniciam-se as rotinas de seleção e busca de tarefas para estabelecimento das estações iniciais e finais possíveis, baseadas nas precedências de cada uma das tarefas. No caso da estação inicial, traça-se o caminho de dependência das tarefas, ou seja, se designam os arcos que constituem as tarefas imediatamente sucessoras, até a última tarefa.

Passo 6: Construir a matriz dependência, baseada na precedência. Esta matriz representa as ligações entre todas as tarefas dependentes, da primeira até a última. Inicialmente, ela é igual a matriz precedência.

Matriz DEPENDENCIA ← Matriz PRECEDENCIA;

Para variável  $m$  de 1 até número de tarefas total  $n$  repita

Para variável  $o$  de 1 até número de tarefas total  $n$  repita

Se Matriz PRECEDENCIA linha  $m$ , coluna  $o$  = 1 então

Para variável  $p$  de 1 até numero de tarefas total  $n$  repita

Se Matriz PRECEDENCIA linha  $o$ , coluna  $p$  = 1

Então Matriz DEPENDENCIA linha m, coluna p ←

```

1;
    Fim_se
  Fim_para
Fim_se
Fim_para

```

Para esta aplicação, a busca é realizada na matriz dependência, que é baseada na precedência, Porém, isto é realizado construindo o caminho de ligação entre a primeira e última tarefa até o fechamento do arco.

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>1</b>	0	1	1	1	1	1	1
<b>2</b>	0	0	0	0	1	0	1
<b>3</b>	0	0	0	0	0	0	1
<b>4</b>	0	0	0	0	0	1	0
<b>5</b>	0	0	0	0	0	0	1
<b>6</b>	0	0	0	0	0	0	0
<b>7</b>	0	0	0	0	0	0	0

**Figura B.2: Matriz Dependência**

Após a construção da matriz dependência, parte-se para o estabelecimento das estações iniciais e finais possíveis. Nesta fase, é construído um vetor para cada tarefa, a partir da matriz de dependência. São realizados *loops* para verificação da relação binária (1 ou 0). Nas condições verdade, é feita a soma dos tempos das tarefas que podem ser fixadas ali e então, conforme procedimento de Gokcen e Erel (1998) são calculadas as estações iniciais e finais para cada uma das tarefas, baseado em um número inicial de estações K, calculado inicialmente pelo programa.

Passo 7: Determinação das estações iniciais possíveis. Compara as dependências por colunas, para verificar a relação tarefa versus tarefa pelo  $a(i, j)$  e estabelecer as amarrações dos arcos por colunas da matriz dependência. Isto é feito pela análise das dependências das tarefas e pela soma dos tempos das tarefas que podem ser fixadas o mais cedo possível (estações iniciais mínimas). O resultado é uma matriz de dimensão

igual a estações (linhas) vezes o número de tarefas (colunas) com elementos 1 e 0, onde 1 representa que a tarefa pode ser fixada e 0 que não.

Para variável  $w$  de 1 até numero de tarefas total  $n$  repita

Vetor para cada estação inicial possível para cada tarefa  $\leftarrow$  matriz dependência todas as linhas, coluna  $w$ ;

Para variável  $yy$  de 1 até numero de tarefas total  $n$  repita

Se vetor para cada estação inicial possível para cada tarefa posição  $yy = 1$  então

Matriz dos tempos das estações iniciais linha  $yy$ , coluna  $w \leftarrow$  vetor tempo\_tarefa linha 1, coluna  $yy$ ;

Fim-se

Matriz dos tempos das estações iniciais linha  $n+1$ , coluna  $w \leftarrow$  vetor tempo\_tarefa linha 1, coluna  $w$ ;

Fim-para

Fim\_para

Total por estação inicial  $\leftarrow$  Soma das colunas da matriz dos tempos das estações iniciais / tempo de ciclo;

Estação Mínima Inicial para cada estação  $\leftarrow$  Inteiro(Total por estação inicial);

Para variável  $est$  de 1 até número inicial de estações  $K$  repita

Para variável  $eief$  de 1 até numero de tarefas total  $n$  repita

Caso Estação mínima inicial de cada estação linha 1, coluna  $eief$  seja =  $est$ : Matriz das estações iniciais possíveis linha  $est$ , coluna  $eief \rightarrow 1$ ;

Senão: Matriz das estações iniciais possíveis linha  $est$ , coluna  $eief \rightarrow 0$ ;

Fim\_caso

Fim\_para

		TAREFAS						
		1	2	3	4	5	6	7
ESTAÇÕES	1	1	1	1	1	1	1	0
	2	0	0	0	0	0	0	1
	3	0	0	0	0	0	0	0

Figura B.3: Matriz das Estações Iniciais Possíveis:

Passo 8: Determinação das Estações Finais Possíveis. Similarmente às estações iniciais, a análise é realizada pela matriz de dependência. Para estabelecer uma estação máxima final, a comparação agora é pelas linhas da matriz dependência.

Para variável  $wF$  de 1 até número de tarefas total  $n$  repita

Vetor para cada estação final possível para cada tarefa  $\rightarrow$  Matriz dependência linha  $wF$ , todas colunas;

Para variável  $yy1$  de 1 até número de tarefas total  $n$  repita

Se Vetor para cada estação final possível para cada tarefa elemento  $yy1 = 1$ ;

Matriz dos tempos das estações finais linha  $wF$ , coluna  $yy1 \rightarrow$  vetor tempo tarefa  $yy1$ ;

Fim\_se

Matriz dos tempos das estações finais linha  $wF$ , coluna  $n+1 \rightarrow$  vetor tempo tarefa linha 1, coluna  $wF$ );

Fim\_para

Total por estação final = soma da transposta das colunas da matriz dos tempos das estações iniciais / tempo de ciclo;

Para  $zz$  de 1 até número de tarefas total  $n$  repita

Variável  $Kk$  linha 1, coluna  $zz \rightarrow$  número inicial de estações  $K+1$ ;

Fim\_para

Estação mínima final para cada estação  $\rightarrow$  Inteiro (Variável  $Kk -$  Total por estação final);

Para variável  $est1$  de 1 até número inicial de estações  $K$  repita

Para variável  $eief1$  de 1 até número de tarefas total  $n$  repita

Caso Estação mínima final para cada estação linha 1, coluna  $eief1$  seja  $= est1$ : Matriz das estações finais possíveis linha  $est1$ , coluna  $eief1 \rightarrow 1$ ;

Senão: Matriz das estações finais possíveis linha  $est1$ , coluna  $eief1 \rightarrow 0$ ;

Fim\_caso

Fim\_para

Fim\_para

		TAREFAS						
		1	2	3	4	5	6	7
ESTAÇÕES	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	0	0	0	0	0	0
	3	0	1	1	1	1	1	1

Figura B.4: Matriz da Estações Finais Possíveis:

Passo 9: Seleção e junção das duas informações sobre número mínimo e máximo de estações possíveis para fixação da tarefa. É construída uma única matriz, considerando todas as possibilidades de fixação de tarefa na estação (inicial e final).

Matriz das estações iniciais e finais possíveis = Matriz das estações iniciais possíveis + Matriz das estações finais possíveis.

Passo 10: Fixação da primeira restrição, representada pela Matriz de Possibilidades de Fixação de Tarefas nas estações. A primeira restrição do problema obriga cada tarefa a estar em uma única estação. Pode ser considerada como a primeira divisão do problema em subproblemas (*branching*)

Para variável d de 1 até numero de tarefas total n repita

Variável dd linha 1, coluna d → 1

Fim\_para

Grupo de Matrizes, ou arranjos celulares Gtar → Divisão da Matriz de estações iniciais e finais possíveis em n (numero de tarefas total) vetores. Cada n vetor representa a possibilidade de fixação da tarefa em uma estação K (numero inicial de estação).

Matriz Aeq → Matriz esparsa com diagonais do grupo de matrizes Gtar.



Figura B.5: Saída do Programa, passo 10: 19 variáveis para 1º restrição, num exemplo com 7 tarefas

Passo 11: Encontrar a matriz de  $n$  (número total de tarefas ) linhas e 2 colunas, do par precedente.

Encontre e armazene no vetor linha\_est e vetor col\_est as posições de linha e coluna da matriz PRECEDENCIA > 0;

Matriz PAR\_PRECEDENTES → agrupamento do vetor linha\_est e vetor col\_est

Passo 12: Aplica-se a segunda restrição, que é a de precedências. Ela implica em construir os pares e somente agrupar tarefas conforme suas precedências, ou seja, se uma tarefa  $a$  precedente de  $b$ ,  $b$  só pode ser fixada após a fixação de  $a$ , mesmo que em uma mesma estação, nunca o contrário.

Para isto, é construída uma matriz com a seguinte combinação: i) o número de linhas é igual ao número total de estações multiplicado por duas vezes (porque é um par) o número de arcos da rota (número de amarrações até a última tarefa); ii) número de colunas é igual ao total de tarefas multiplicado pelo número total de estações. As linhas que são consideradas verdade, apresentam na soma de vetor o valor 2 (par precedente).

Para variável  $ee$  de 1 até numero de tarefas total  $n$  repita

Para variável  $f$  de 1 até numero inicial de estações  $K$  repita

Caso Matriz de estações iniciais e finais linha  $f$ , coluna  $ee$  seja

= 1: Para variável  $g$  igual a vetor  $KK$  de  $f$  repita

Matriz de Possibilidades do primeiro item do par precedente linha  $g$  e  
coluna  $f \rightarrow 1$

Fim\_para

= 0: Para variável  $g$  igual a vetor  $KK$  de  $f$  repita

Matriz de Possibilidades do primeiro item do par precedente linha  $g$  e  
coluna  $f \rightarrow 0$

Fim\_para

Fim\_caso

Fim\_para

Fim\_para

Para variável  $u$  de 1 até numero de tarefas total  $n$  repita

Para variável  $bmg$  de 1 até numero inicial de estações  $K$  repita

Construa Matrizes {bmg} de possibilidades do segundo item do par precedente → use como diagonal a Matriz para estações iniciais e finais possíveis linha u, todas colunas

Fim\_para

Concatene verticalmente todas Matrizes de possibilidades do segundo item do par precedente

Fim\_para

Construa Matriz coringa de zeros com K\*K linhas, K colunas . (K é o numero inicial de estações)

Para variável nand de 1 até numero de tarefas total n repita

Vetor nen → matriz PAR\_PRECEDENTE linha nand, todas colunas

Para variável venc de 1 até numero de tarefas total n repita

Se o primeiro elemento do vetor nen = tarefa venc

Matriz {venc} par precedente → Matriz {venc} de Possibilidades do primeiro item do par precedente.

Senão Matriz {venc} par precedente → Matriz Coringa

Fim\_se

Fim\_para

Matriz par precedente {do segundo elemento do vetor nen} → Matriz de possibilidades do segundo item do par precedente {do segundo elemento do vetor nen}

Concatene horizontalmente todas Matrizes par precedente e armazene na Matriz de possibilidades tarefas versus estações.

Fim\_para.

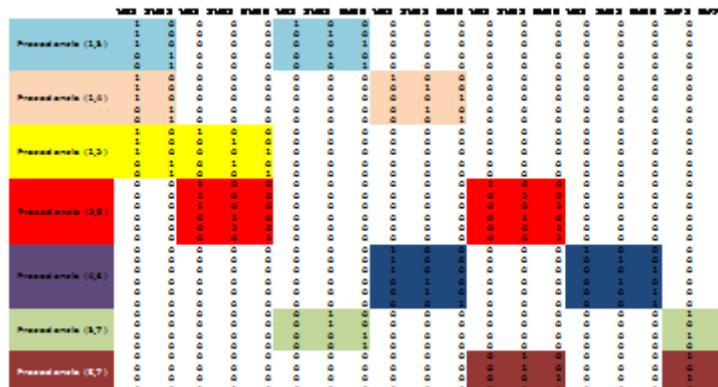


Figura B.6: Exemplo de Matriz de Possibilidades tarefas versus estações, para 7 tarefas e 3 estações iniciais possíveis.

Passo 13: Fixação da última restrição e direcionamento da tarefa. O objetivo é fazer a soma dos tempos das tarefas para uma estação, sendo que esta soma não deve ser maior que o tempo de ciclo. Com isto, é possível determinar onde a tarefa pode ser fixada, de acordo com o cumprimento das outras restrições. Obtém-se, então, a solução para o problema de rebalanceamento.

Para variável  $qw$  de 1 até número inicial de estações  $K$  repita

Para variável  $ds$  de 1 até número de tarefas total  $n$  repita

Caso variável  $ds$  seja:

= 1: Se vetor tempo tarefa, elemento  $ds \leq$  tempo de ciclo – soma da Matriz de tempos por tarefa todas linhas, coluna  $qw$

Matriz de tempos por tarefa linha  $ds$ , coluna  $qw \rightarrow$  vetor tempo tarefa elemento  $ds$

Vetor tempo tarefa elemento  $ds \rightarrow 0$

Vetor controle de fixação da tarefa elemento  $ds \rightarrow 1$

Fim\_se

Senão: Caso Matriz de estações iniciais e finais possíveis linha  $ds$ , coluna  $qw$  seja

= 1: Gere vetor sucessor do par precedente  $\rightarrow$  matriz precedentes todas linhas, coluna 2

Variável  $xx \rightarrow$  Encontre o par do elemento  $ds$  no vetor sucessor

Encontre o predecessor ou par antecedente do elemento na matriz precedentes linha  $xx$ , coluna 1

Se matriz de controle de fixação das tarefas linha 1, coluna predecessor = 1

Se vetor tempo tarefa, elemento  $ds \leq$  tempo de ciclo – soma da Matriz de tempos por tarefa todas linhas, coluna  $qw$

Matriz de tempos por tarefa linha  $ds$ , coluna  $qw \rightarrow$  vetor tempo tarefa elemento  $ds$

Vetor tempo tarefa elemento  $ds \rightarrow 0$

Vetor controle de fixação da tarefa elemento  $ds \rightarrow 1$

```

                Fim_se
            Fim_se
        Fim_caso
    Fim_para
Fim_para

```

Passo 14: Solução do rebalanceamento. Agrupamento das tarefas, conforme restrições e determinação da operação até o limite do tempo de ciclo, minimizando o número de estações.

Vetor tempo de ciclo das operações = Soma das colunas da matriz de tempos das estações

Numero de estações = contagem de elementos não zeros do vetor tempo de ciclo das operações

Carga de trabalho = vetor tempo de ciclo das operações pelo tempo de ciclo

Passo 15: Aplicação da rotina BINTPROG

```

f = c;
options = optimset('Display','iter','NodeDisplayInterval',1);
[x,fval,exitflag,output] = bintprog(f,A,b,Aeq,beq,x0,options);
fval exitflag output ;
options = optimset(options,'BranchStrategy','mininfeas');
[x,fval,exitflag,output] = bintprog(f,A,b,Aeq,beq,x0,options);
fval exitflag output;
options = optimset(options,'NodeSearchStrategy','df');
[x,fval,exitflag,output] = bintprog(f,A,b,Aeq,beq,x0,options);
fval exitflag output;

```

Fim Algoritmo.